[1][2][3]

Uitwerkingen voor het HAVO

NETWERK A2

Hoofdstuk 9

Kern 1

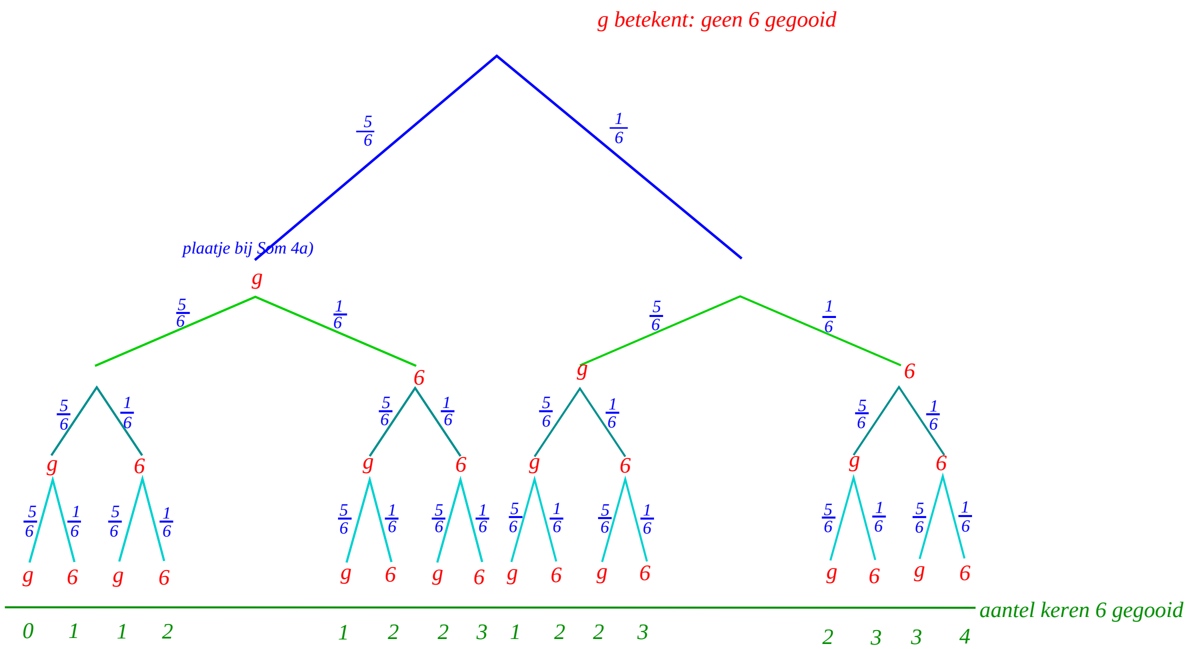
Binominale Kansbomen

1a) Bij elke trekking zijn er twee mogelijkheden : wit en zwart
1b) Omdat het trekken is met terugleggen
1c) $\frac{3}{8}$ en $\frac{5}{8}$
2)

Aantal Witte Ballen	0	1	2	3
Kans **P**	$\frac{25}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{8}{125}$

3a) Binominaal , “succes” is “6 ogen”
3b) Binominaal , “succes” is “goed antwoord”
3c) Niet binominaal
4a)

plaatje bij Som 4a)



4b) $\left(\frac{1}{6}\right)^4 = \frac{1}{1296}$
4c)

Aantal Beginners	0	1	2	3	4
Kans **P**	$\frac{625}{1296}$	$\frac{500}{1296}$	$\frac{150}{1296}$	$\frac{20}{1296}$	$\frac{1}{1296}$

5) $\mathbf{P} = (1 - 0,000025)^{100} \approx 0,997503$

[1] *Deze samenvatting mag niet massaal op kosten van Schaersvoorde worden Uitgeprint!!!*

[2] 
werd gemaakt onder LinuX met LaTeX *en* LyX

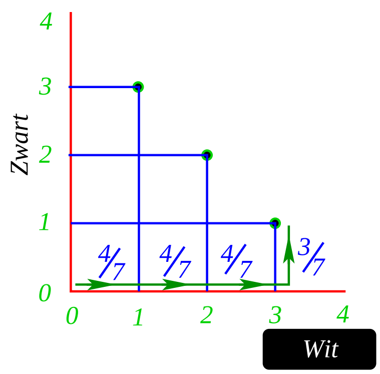
[3] *Typ&andere fouten&blunders graag Melden!*

5b) $\mathbf{P}(Minstens\ één\ Beschadigd) = 1 - \mathbf{P}(Geen\ Enkele\ Beschadigd) \approx 0,002497$
6a) $\mathbf{E} = \frac{54}{125} \cdot 1 + \frac{36}{125} \cdot 2 + \frac{8}{125} \cdot 3 = 1,2$
6b) $\mathbf{E} = 3 \cdot \frac{2}{5} = 1,2$
7a) Binominaal: $n = 3$; $p = \frac{1}{6}$
$\mathbf{E} = 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
7b) Niet binominaal
7c) Binominaal: $n = 10$; $p = \frac{1}{4}$
$\mathbf{E} = 10 \cdot \frac{1}{4} = 2\frac{1}{2}$
8a) 26
8b) Het kan zijn dat toevallig bij de 100 stemgerechtigden er meer VVD-stemmers zijn dan gemiddeld in het land.
8c) Een zelfde steekproef een aantal keer herhalen, of een grotere steekproef nemen
9a) De staaf bij 4 jongens is hoder dan de staaf bij 0 jongens
9b) $\mathbf{E} = 0,248 \cdot 1 + 0,375 \cdot 2 + 0,262 \cdot 3 + 0,068 \cdot 4 = 2,046$jonggens
9c) $\mathbf{E} = 2$ jongens

Kern 2
Binominale Kansen

10a)

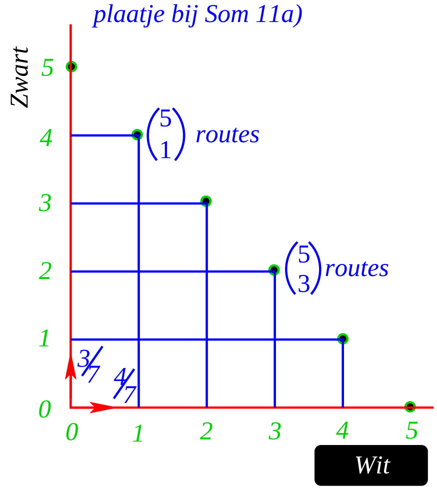
plaatje bij Som 10a)



10b)
10c) $\frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{192}{2401}$

11a)

plaatje bij Som 11a)

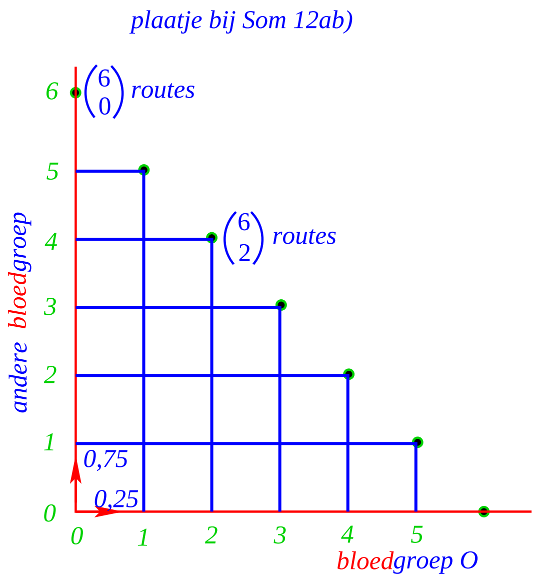


11b) *Punt* $(1;4) \longrightarrow \mathbf{P} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{4}{7} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^4 = \frac{1620}{16807}$

11c) $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{5760}{16807}$

11d) $\mathbf{P} = \left(\frac{4}{7}\right)^5 = \frac{1024}{16807}$

12ab)



12c) $\mathbf{P}\left(Geen\ Kind\ O\right) = 0,75^6 = 0,1780$

12d) $\mathbf{P}\left(Twee\ Kinderen\ O\right) = \left(\begin{array}{c}6\\2\end{array}\right) \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^4 \approx 0,2966$

13a) Binominaal; "succes" is "het is een meisje!"
13b) Niet Binominaal verdeeld
13c) Binominaal; "succes" is"het antwoord is goed"
13d) Binominaal; "succes" is "hij wint een prijs"

14a)

$\mathbf{P}\left(\mathbf{Z}=2\right) = \left(\begin{array}{c}4\\2\end{array}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^2 \approx 0,3599$

$\mathbf{P}\left(\mathbf{Z}=3\right) = \left(\begin{array}{c}4\\3\end{array}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^1 \approx 0,1799$

$\mathbf{P}\left(\mathbf{Z}=4\right) = \left(\begin{array}{c}4\\4\end{array}\right) \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^0 \approx 0,0337$

14b) De som is 1,0000 ; dus dat klopt

15ab)

$\mathbf{P}\left(\mathbf{Goed}=2\right) = \left(\begin{array}{c}10\\2\end{array}\right) \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^8 \approx 0,1937$

$\mathbf{P}\left(\mathbf{Goed}=1\right) = \left(\begin{array}{c}10\\1\end{array}\right) \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^1 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^9 \approx 0,3874$

$\mathbf{P}\left(\mathbf{Goed}=0\right) = \left(\begin{array}{c}10\\0\end{array}\right) \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^0 \cdot \left(\frac{9}{10}\right)^{10} \approx 0,3487$

$\mathbf{P}\left(\mathbf{Hoogstens\ 2\ Goed}\right) = \mathbf{P}\left(\mathbf{Goed}=0\right) + \mathbf{P}\left(\mathbf{Goed}=1\right) \approx 0,9298$

16abcd)

$\mathbf{P}\left(\mathbf{N\ tr} = 2\right) = \left(\begin{array}{c}12\\2\end{array}\right) \cdot (0,25)^2 \cdot (0,75)^{10} \approx 0,2323$

$\mathbf{P}\left(\mathbf{N\ tr} = 1\right) = \left(\begin{array}{c}12\\1\end{array}\right) \cdot (0,25)^1 \cdot (0,75)^{11} \approx 0,1267$

$\mathbf{P}\left(\mathbf{N\ tr} = \mathbf{0}\right) = \left(\begin{array}{c}12\\0\end{array}\right) \cdot (0,25)^0 \cdot (0,75)^{12} \approx 0,0317$

$\mathbf{P}\left(\mathbf{Hoogstens\ 2\ Vrouwen\ Nooit}\right) \approx 0,3907$

$\mathbf{P}(\mathbf{N\ tr} = 6) = \binom{12}{6} \cdot (0,25)^6 \cdot (0,75)^6 \approx 0,0401$

$\mathbf{P}(\mathbf{12\ Trouwen}) = \mathbf{P}(\mathbf{N\ tr} = \mathbf{0}) \approx 0,0317$

17ab)

$\mathbf{P}(\heartsuit) = \frac{13}{52} = 0,25$

$\mathbf{P}(0\ \mathbf{keer}\ \heartsuit) = \binom{6}{0} \cdot (0,25)^0 \cdot (0,75)^6 = 0,1780$

$\mathbf{P}(\mathbf{1\ keer}\ \heartsuit) = \binom{6}{1} \cdot (0,25)^1 \cdot (0,75)^5 = 0,3560$

$\mathbf{P}(2\ \mathbf{keer}\ \heartsuit) = \binom{6}{2} \cdot (0,25)^2 \cdot (0,75)^4 = 0,2966$

$\mathbf{P}(3\ \mathbf{keer}\ \heartsuit) = \binom{6}{3} \cdot (0,25)^3 \cdot (0,75)^3 = 0,1318$

17c)

$\mathbf{P}(\mathbf{Hoogstens\ 3\ keer}\ \heartsuit) \approx 0,1780 + 0,3560 + 0,2966 + 0,1318 \approx 0,9624$

17d)

$\mathbf{P}(\mathbf{Meer\ dan\ 3\ keer}\ \heartsuit) \approx 1 - 0,9624 \approx 0,0376$

KERN 3
DE BINOMINALE TABEL

18a)

$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=0)=\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^0\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^5\approx 0,4019$

$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=1)=\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^4\approx 0,4019$

$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=2)=\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3\approx 0,1608$

$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=3)=\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2\approx 0,0322$

$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=5)=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^4\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1\approx 0,0032$

$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=6)=\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^5\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^0\approx 0,0001$

Bij $\mathbf{X}=\mathbf{2}$ is in de tabel naar beneden afgerond ; zodat de som van de kansen toch 1 is

18b)

k	0	1	2	3	4	5
$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\leqq k)$	0,4019	0,8308	0,9645	0,9967	0,9999	1,0000

18c) $\mathbf{P}\approx 0,99967$

19a)

$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=0)\approx 0,0911$
$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=1)=\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\leqq 1)-\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=0)\approx 0,3341$
$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=2)=\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\leqq 2)-\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\leqq 1)\approx 0,4084$
$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=3)=1-\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\leqq 2)\approx 0,1664$

19b)

$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\geqq 0)=1,000$
$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\geqq 1)=1-\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=0)\approx 0,9089$
$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\geqq 2)=1-\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\leqq 1)\approx 0,5748$
$\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\geqq 3)=\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=3)\approx 0,1664$

20a)

$$\left.\begin{array}{l}
\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=0)=\begin{pmatrix}5\\0\end{pmatrix}\cdot(0,99)^0\cdot(0,01)^5\approx 0,0000\\
\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=1)=\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}\cdot(0,99)^1\cdot(0,01)^4\approx 0,0000\\
\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=2)=\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}\cdot(0,99)^2\cdot(0,01)^3\approx 0,0000\\
\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=3)=\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}\cdot(0,99)^3\cdot(0,01)^2\approx 0,0010\\
\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=4)=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}\cdot(0,99)^4\cdot(0,01)^1\approx 0,0480\\
\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=5)=\begin{pmatrix}5\\5\end{pmatrix}\cdot(0,99)^5\cdot(0,01)^0\approx 0,9510
\end{array}\right\}\ \begin{array}{c}\textit{Uit deze Kansen blijkt dat de gegeven,}\\ \textit{Cumulatieve Kansverdeling klopt}\end{array}$$

20b) $\mathbf{P}\,(\textbf{Minstens 4 van de 5})=1-\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\leqq 3)\approx 0,9990$

21a) $\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\leqq 5\mid n=20\ en\ p=0,15)\approx 0,9327$
21b) $\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\geqq 3\mid n=14\ en\ p=0,45)=1-\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\leqq 2)\approx 1-0,0170\approx 0,9830$
21c) $\mathbf{P}\,(\mathbf{X}=12\mid n=19\ en\ p=0,85)=\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\leqq 12)-\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\leqq 11)\approx 0,0163-0,0041\approx 0,0122$

22a) $\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\leqq k\mid n=12\ en\ p=0,25)=0,5739\longrightarrow k=4$
22b) $\mathbf{P}\,(\mathbf{X}\geqq k\mid n=12\ en\ p=0,75)=0,6488\longrightarrow 1-0,6488\approx 0,3512\longrightarrow k=9$

22c) $\mathbf{P}(\mathbf{X}=k \mid n=18 \; en \; p=0,95)=0,1684 \longrightarrow 0,1684 \approx 0,2265-0,0581 \longrightarrow k=16$

23a) $\mathbf{P}(\mathbf{X} \leqq 2 \mid n=20 \; en \; p=0,10) \approx 0,6769$
23b) $\mathbf{P}(\mathbf{X} \leqq 2 \mid n=20 \; en \; p=0,05) \approx 0,9245$
$\mathbf{P}(\mathbf{X} \geqq 3) \approx 1-0,9245 \approx 0,0755$
24a) $\mathbf{P}(\mathbf{X} \leqq 39 \mid n=50 \; en \; p=0,70) \approx 0,9211$
24b) $\mathbf{P}(\mathbf{X} \leqq 34 \mid n=50 \; en \; p=0,70) \approx 0,4308$
24c) Hoogstens 31 schilderijen , want;
$\mathbf{P}(\mathbf{X} \leqq 30 \mid n=50 \; en \; p=0,70) \approx 0,0848$
$\mathbf{P}(\mathbf{X} \leqq 31 \mid n=50 \; en \; p=0,70) \approx 0,1406$
25a)

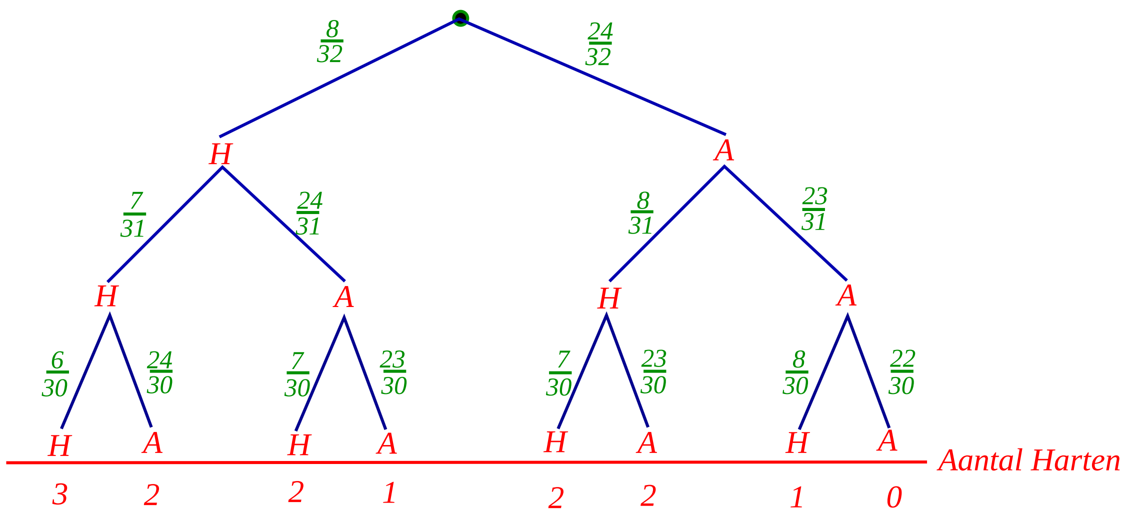
k	0	1	2	3	4
$\mathbf{P}(\mathbf{X} \leqq k)$	0,1074	0,3758	0,6778	0,8791	0,9672

25b) Een driekeuzetoets met zes vragen , of een vijfkeuzetoets met tien vragen.
25c) Een vijfkeuzetoets met tien vragen

Kern 4
Trekken Zonder Terugleggen

26a) $\mathbf{P}\left(eerste\ Kaart\ \heartsuit\right) = \frac{8}{32}$
26b) $\mathbf{P}\left(Tweede\ Kaart\ \ Ook\ \heartsuit\right) = \frac{7}{31}$
26c) $\mathbf{P}\left(1^{ste}\heartsuit; 2^{de}\heartsuit; 3^{de}\heartsuit\right) = \frac{8}{32} \cdot \frac{7}{31} \cdot \frac{6}{30}$
26d) zie plaatje

plaatje bij Som 26d)



26e) Omdat het een trekking is Zonder terugleggen

27a)

- **Met terugleggen**

  $\mathbf{P}(1) = 3 \cdot \frac{8}{32} \cdot \frac{24}{32} \cdot \frac{24}{32} = 3 \cdot \frac{8}{32} \cdot \left(\frac{24}{32}\right)^2$

  $\mathbf{P}(2) = 3 \cdot \frac{8}{32} \cdot \frac{8}{32} \cdot \frac{24}{32} = 3 \cdot \left(\frac{8}{32}\right)^2 \cdot \frac{24}{32}$

- **Zonder terugleggen**

  $\mathbf{P}(1) = 3 \cdot \frac{8}{32} \cdot \frac{24}{31} \cdot \frac{23}{30}$

  $\mathbf{P}(3) = \frac{8}{32} \cdot \frac{7}{31} \cdot \frac{6}{30}$

Aantal ♡	0	1	2	3
P met terugleggen	0,4219	0,4219	0,1406	0,0156
P zonder terugleggen	0,4081	0,4452	0,1355	0,0113

27b) Omdat het een relatieve klaine populatie is , verschillen de kansen vrij veel

28) Omdat het met drie van de tien sleutels moet doen is $\mathbf{P} = \frac{3}{10}$
Een Alternatieve Oplossing: $\mathbf{P} = \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{10}$

29a) Er zijn 6 ballen van de ene kleur en 4 ballen van de andere kleur
$\mathbf{P}\left(Dezelfde\ Kleur\right) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{42}{90} \approx 0,4667$
29b) Ze moet hoogstens driemaal trekken, dus hoogstens $Hfl\,0,75$

30a) Er zijn 6 ballen van de eerste kleur ; 5 ballen van de tweede kleur ; 4 balen van de derde kleur
$\mathbf{P}\left(Dezelfde\ Kleur\right) = \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} + \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} + \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{14} = \frac{62}{210} \approx 0,2952$

30b) $1 - \mathbf{P}(Drie\ verschillende\ Kleuren) = 1 - 3! \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{2010}{2730} \approx 0,7363$
30c) Ze moet hoogsten viermaal trekken, dus hoogstens $Hfl\ 1,-$

31a)

➢ **Met terugleggen**

$\mathbf{P}(2\ slecht) = \binom{4}{2} \cdot (0,1)^2 \cdot (0,9)^2$

$\mathbf{P}(3\ slecht) = \binom{4}{3} \cdot (0,1)^3 \cdot (0,9)^1$

$\mathbf{P}(4\ slecht) = (0,1)^4$

➢ **Zonder terugleggen**

$\mathbf{P}(1\ slecht) = 4 \cdot \frac{1000}{10000} \cdot \frac{9000}{9999} \cdot \frac{8999}{9998} \cdot \frac{8998}{9997}$

$\mathbf{P}(2\ slecht) = \binom{4}{2} \cdot \frac{1000}{10000} \cdot \frac{999}{9999} \cdot \frac{9000}{9998} \cdot \frac{8999}{9997}$

$\mathbf{P}(4\ slecht) = \frac{1000}{10000} \cdot \frac{999}{9999} \cdot \frac{998}{9998} \cdot \frac{997}{9997}$

Aantal slechte Schakelaars	0	1	2	3	4
P met terugleggen	0,65610	0,29160	0,04860	0,00360	0,00010
P zonder terugleggen	0,65606	0,29168	0,04858	0,00359	0,00010

31b) Bij de vierde decimaal
31c) Omdat het om een kleine steekproef gaat uit een grote populatie

32) Je mag rekenen alsof er getrokken wordt met terugleggen
32a) $\mathbf{P}(R = 2) = \mathbf{P}(R \leqq 2) - \mathbf{P}(R \leqq 1) \approx 0,9995 - 0,9860 \approx 0,0135$
32b) $\mathbf{P}(R \leqq 2) \approx 0,9995$
32c) $\mathbf{P}(Minstens\ twee\ rot) = 1 - \mathbf{P}(R \leqq 1) \approx 1 - 0,9860 \approx 0,0140$

33a) -
33b) $\mathbf{P}(\mathbf{X} = 2) = \mathbf{P}(\mathbf{X} \leqq 2) - \mathbf{P}(\mathbf{X} \leqq 1) \approx 0,9421 - 0,7373 \approx 0,2048$
33c) $\mathbf{P}(\mathbf{X} \leqq 2) \approx 0,9421$
33d) $\mathbf{P}(\mathbf{X} \geqq 2) = 1 - \mathbf{P}(\mathbf{X} \leqq 1) \approx 1 - 0,7373 \approx 0,2627$

34a) $\mathbf{P}(Minstens\ 1\ Deffect) = 1 - \mathbf{P}(Geen\ Deffect) \approx 1 - 0,93^4 \approx 0,2519$
34b) $\mathbf{P}(Twee\ Defect\ uit\ Eerste\ Vijf) = \binom{5}{2} \cdot (0,07)^2 \cdot (0,93)^3 \approx 0,0394$

35a) $\mathbf{P}(1\ \mathbf{M}eisje\ en\ 1\ \mathbf{J}ongen) = 10 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^9 \cdot 10 \cdot \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{11}{12}\right)^9 \approx 0,0715$
35b) $\mathbf{P}(twee\ leerlingen\ hebben\ een\ \ Dieet\ gevolgd) = \mathbf{P}(2\mathbf{M}en0\mathbf{J}\ of\ 0\mathbf{M}en2\mathbf{J}\ of\ 1\mathbf{M}en1\mathbf{J}) =$
$= \binom{10}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{11}{12}\right)^{10} + \binom{10}{2} \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^2 \cdot \left(\frac{11}{12}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10} + 0,0715 \approx 0,1982$