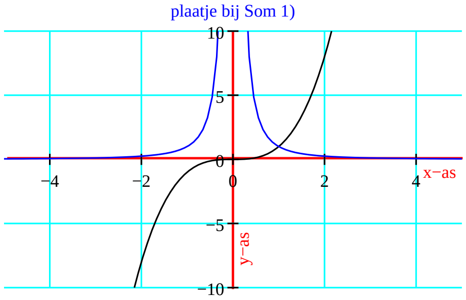
UITWERKINGEN VOOR HET HAVO HOOFDSTUK 9

KERN 1
STANDAARD FUNCTIES



1a)
$y = x^3$ **bij I** $x = 0 \Rightarrow y = 0$
$y = \frac{1}{x^2}$ **bij II** $x \neq 0 \xrightarrow{Want} \frac{1}{0}$ *bestaat niet*
Dus is $x = 0$ de vertikale asymptoot

1b)
$D_I : x \in \mathbb{R}$ $B_I : y \in \mathbb{R}$
$D_{II} : x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $B_{II} : y > 0$
$x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \xleftarrow{betekend:\ x\ element\ van\ \mathbb{R}\ met\ uitsluiting\ van\ 0}$

1c) II
$x = 0 \longrightarrow Vertikale\ Asymptoot$
$y = 0 \longrightarrow Horizontale\ Asymptoot$

2) $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ $g(x) = x^{1\frac{1}{2}}$ $g(x) = x^{-\frac{1}{2}}$

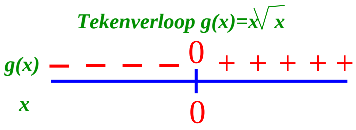
$$f(x) = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} \longrightarrow \begin{cases} D_f: & x \geqq 0 \\ B_f: & y \geqq 0 \\ Nulpunt: & (0;0) \\ f(x): & Stijgende\ Functie \\ Uiterste\ Waarden & Geen \\ Asymptoten: & Geen \end{cases}$$

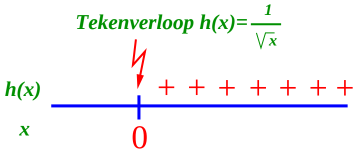
$$g(x) = x^{1\frac{1}{2}} = x\sqrt{x} \longrightarrow \begin{cases} D_g: & x \geqq 0 \\ B_g: & y \geqq 0 \\ Nulpunt: & (0;0) \\ g(x): & Stijgende\ Functies \\ Uiterste\ Waarden & Geen \\ Asymptoten: & Geen \end{cases}$$

$$h(x) = x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \longrightarrow \begin{cases} D_h: & x > 0 \\ B_h: & y > 0 \\ Nulpunt: & geen \\ h(x): & Stijgende\ Functies \\ Uiterste\ Waarden & Geen \\ Asymptoten: & x = 0 \end{cases}$$

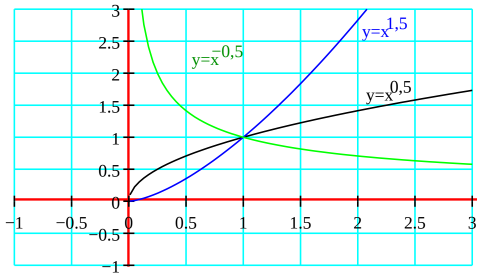
x	0	10^{-8}	10^{-6}	10^{-2}	1
$h(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	$\lightning$	10^4	10^3	10	1

[1] *Deze samenvatting mag niet massaal op kosten van Schaersvoorde worden Uitgeprint!!!*
[2] *werd gemaakt onder LinuX met* LaTeX *en* LyX
[3] *Typ&andere fouten&blunders graag Melden!!*





plaatje bij Som 2)



3a) $f(x) = {}^{g}\log x$

$g = 1\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = {}^{1\frac{1}{2}}\log x = \frac{\log x}{\log 1\frac{1}{2}}$

x	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	4	6	9
$f(x) = \frac{\log x}{\log 1\frac{1}{2}}$	$\nexists$	-3,419	-1,71	0	1	2	3,419	4,419	5,49

$\nexists \xrightarrow{Betekend} Bestaat\ Niet$

$g = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = {}^{\frac{2}{3}}\log x = \frac{\log x}{\log \frac{2}{3}}$

x	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	4	6	9
$f(x) = \frac{\log x}{\log 1\frac{2}{3}}$	$\nexists$	-3,419	-1,71	0	1-	-2	-3,419	-4,419	-5,49

3b)

$D_f : x > 0$

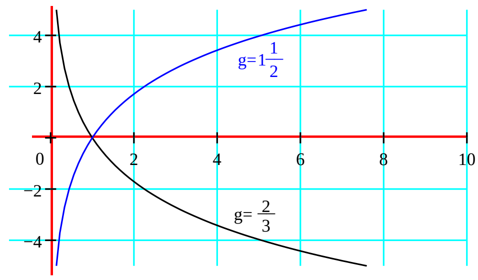
$B_f : x \in \mathbb{R}$

3c)

Als $g > 1 \xrightarrow{Dan} f\ stijgend$

Als $0 < g < 1 \xrightarrow{Dan} f\ dalend$

plaatje bij Som3)



4c)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f : y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9
$g : y = 3$	3	3	3	3	3	3	3
$h : y = 3 - x^2$	-6	-1	2	3	2	-1	-6

4d)

Maximum: $f(0) = 3 \xrightarrow{Want} x^2 \geqq 0 \Rightarrow 3 - x^2 \leqq 3$

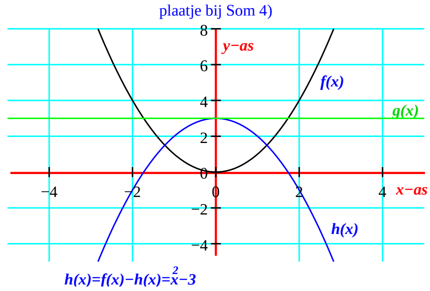
Nulpunten: $3 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 3$

$\Rightarrow x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3}$

Dus: $(\sqrt{3};0)$en $(-\sqrt{3};0)$

plaatje bij Som 4)

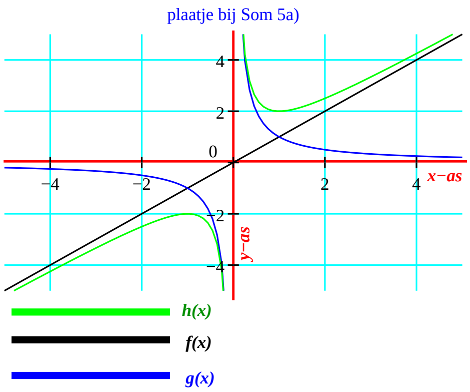
4a)



5a)

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$g(x)$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	$\nexists$	2	1	$\frac{1}{2}$
$h(x) = f(x) + g(x)$	$-3\frac{1}{3}$	$-2\frac{1}{2}$	-2	$-2\frac{1}{2}$	$-4\frac{1}{4}$	$\nexists$	$2\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$

Het verband is dus $h(x) = f(x) + g(x)$



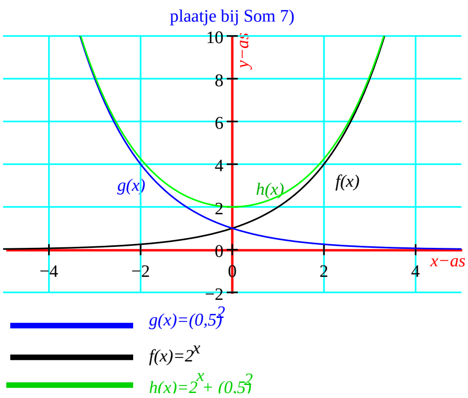
5b) Als je $x$heel dichtbij 0 neemt, dan is $h(x) \simeq g(x)$
Dus als $x = 0$ is de asymptoot voor $g(x)$ en ook voor $h(x)$

6a) $f(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \bigvee x = -1$
$D_f : x \in \mathbb{R}$
$D_g : x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \xrightarrow{uitleg} \frac{1}{f(x)} \overset{x=1\ of\ x=-1}{=} \frac{1}{0} \xleftarrow{Bestaat\ Niet}$
Asymptoten zijn : $x = -1$, $x = 1$ *en* $y = 0$

x	1	$1\frac{1}{1000}$	$1\frac{1}{100}$	10	100	10000
$f(x)$	0	-0,0001	-0,01	-49,5	-4999.5	-49999999,5
$g(x)$	$\nexists$	-9999,5	-99,5	-0,0202	-0,0002	-0,00000002

6b)
Als f dalend is, dan is g stijgend
Als $f(x)$ steeds kleiner wordt, wordt $g(x)$ steeds groter
6c) $Maximium\ f(0) = \frac{1}{2}\ Minimum\ g(0) = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$
$B_g :\ y \in \mathbb{R} \setminus [0; 2\rangle$

7a)



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = 2^x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
$h(x) = 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x$	$8\frac{1}{8}$	$4\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$8\frac{1}{8}$

$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{2^x} = 2^{-x}$

Voor $x < 0$ geldt; $h(x) \simeq g(x)$ is dalend
Voor $x > 0$ geldt; $h(x) \simeq f(x)$ is stijgend
Dus voor $x = 0$ een minimum

7b)

x	-4	-1	-0,5	0	0,5	1	2,5	4
$d(x) = x^{\frac{2}{3}}$	2,5198	1	0,63	0	0,63	1	1,842	2,5198
$h(x) = x^{\frac{4}{3}}$	0,3496	1	0,397	0	0,397	1	3,393	6,3496

$d(x) = \sqrt[3]{x}^2 = x^{\frac{2}{3}}$

$h(x) = (d(x))^2 = \left(\sqrt[3]{x^2}\right)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^2 = x^{\frac{4}{3}}$

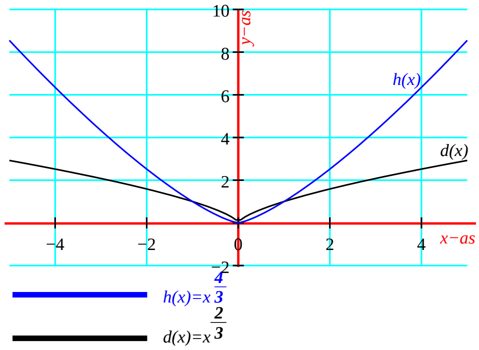
$D_{d(x)} : x \in \mathbb{R} \xrightarrow{Want.......} x^2 \geqq 0$

en dit geldt voor elke x

Als $-1 < x < 1$, dan $h(x) < d(x)$

Als $x < -1 \bigvee x > 1$, dan $h(x) > d(x)$

plaatje bij Som 7b)



8a)

$f(x) = 2^x$ en $g(x) =^2 \log x$

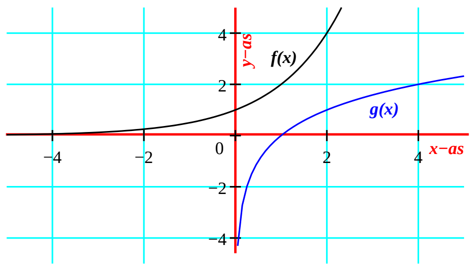
8b)

$D_f = B_g : \mathbb{R}$

$D_g = B_f \; x \in \langle 0; \rightarrow \rangle$

Want f en g zijn elkaars inverse

plaatje bij Som 8)



9a) $f(x) =^2 \log(x-1)$

$x \xrightarrow{-1} x-1 \xrightarrow{^2\log} {}^2\log(x-1)$

$2^x + 1 \xleftarrow{+1} 2^x \xleftarrow{2^{\cdots}} x$

Of:

$y =^2 \log(x-1) \Rightarrow 2^y = x-1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2^y + 1 = x$

$\xrightarrow{x \, en \, y \, omwisselen} f^{inverse}(x) = 2^x + 1$

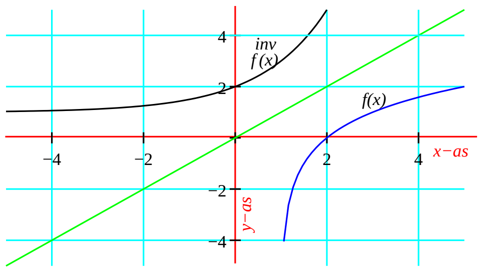
$D_f : x > 1 \xrightarrow{Want} x - 1 > 0$

$D_f = B_{f^{inverse}} = \langle 1; \rightarrow \rangle$

$B_f = D_{f^{inverse}} : \mathbb{R}$

x	1	2	3	5	9
$f(x) =^2 \log(x-1)$	↯	0	1	2	3

plaatje bij Som 9)



9b) $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$

$x \xrightarrow{\frac{1}{\cdots}} \frac{1}{x} \xrightarrow{+2} \frac{1}{x} + 2$

$\frac{1}{x-2} \xleftarrow{\frac{1}{\cdots}} x - 2 \xleftarrow{-2} x$

Of: $y = 2 + \frac{1}{x} \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{y-2} \xrightarrow{x \, en \, y \, omwisselen} f^{inverse}(x) = \frac{1}{x-2}$

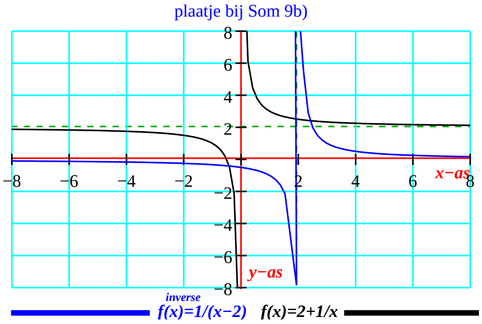
$D_f : x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ Want $\frac{1}{0}$ kan niet.
.....dus 2 bereik je nooit

$D_f = B_{f^{inverse}} : \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$B_f = D_{f^{inverse}} : \mathbb{R} \setminus \{2\}$

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$f(x)$	$1\frac{1}{2}$	1	0	$\nexists$	4	3	$2\frac{1}{2}$

$$Asymptoten \longrightarrow \begin{cases} f: & x=0 \quad asymptoot \\ f^{inverse}: & y=0 \quad asymptoot \\ f: & y=2 \quad asymptoot \\ f^{inverse}: & x=2 \quad asymptoot \end{cases}$$



9c) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{2^x} = 2^{-x}$

$x \xrightarrow{\frac{1}{2}^{\cdots}} \frac{1}{2}^x$

${}^{\frac{1}{2}}\log x \xleftarrow{{}^{\frac{1}{2}}\log\cdots} x$

Of: $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow x = {}^{\frac{1}{2}}\log y$

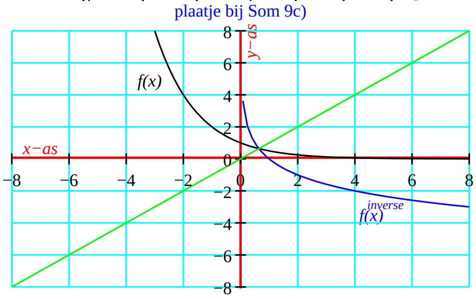
$\xrightarrow{x\ en\ y\ omwisselen} f^{inverse}(x) = {}^{\frac{1}{2}}\log x$

$D_f = B_{f^{inverse}} = {}^{\frac{1}{2}}\log x$

$B_f = D_{f^{inverse}} = \langle 0; \rightarrow \rangle$

$D_f = B_{f^{inverse}} : \mathbb{R}$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$



9d) $f(x) = 2x - 4$

$x \xrightarrow{\times 2} 2x \xrightarrow{-4} 2x-4$

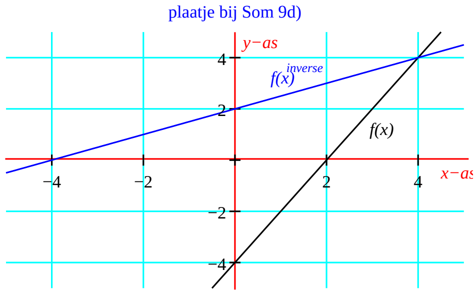
$\frac{1}{2}(x+4) \xleftarrow{\div 2} x+4 \xleftarrow{+4} x$

$f^{inverse}(x) = \frac{1}{2}(x+4) = \frac{1}{2}x + 2$

$D_f = B_{f^{inverse}} : \mathbb{R}$

$B_f = D_{f^{inverse}} : \mathbb{R}$

x	-2	-2	0	1	2	3	4
$f(x)$	-8	-6	-4	-2	0	2	4



9e) $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}\ (x > 0)$

$x \xrightarrow{\cdots^2} x^2 \xrightarrow{\frac{1}{\cdots}} \frac{1}{x^2} \xrightarrow{-(\cdots)} -\frac{1}{x^2} \xrightarrow{+1} 1 - \frac{1}{x^2}$

$\frac{1}{\sqrt{1-x}} \xleftarrow{\sqrt{\cdots}} \frac{1}{(1-x)} \xleftarrow{\frac{1}{\cdots}} -(x-1) \xleftarrow{-(\cdots)} x-1 \xleftarrow{-1} x$

Of: $y = 1 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow y - 1 = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow -y+1 = \frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{1}{1-y} = x^2 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{1-y}}$

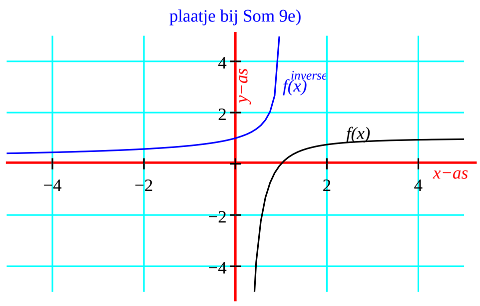
$f^{inverse}(x) = \frac{1}{\sqrt{(1-x)}}$

$D_f = B_{f^{inverse}} : \langle 0; \rightarrow \rangle$

$B_f = D_{f^{inverse}} : \langle \leftarrow; 1 \rangle$

x	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$f(x)$	-3	0	0,75	0,9375

$$Asymptoten \longrightarrow \begin{cases} f: & x=0 \quad asymptoot \\ f^{inverse}: & y=0 \quad asymptoot \\ f: & y=1 \quad asymptoot \\ f^{inverse}: & x=1 \quad asymptoot \end{cases}$$



9f) $f(x) = (x+2)^3$

$x \xrightarrow{+2} x+2 \xrightarrow{\dots^3} (x+2)^3$

$\sqrt[3]{x}-2 \xleftarrow{-2} \sqrt[3]{x} \xleftarrow{\sqrt[3]{\dots}} x$

Of: $y=(x+3)^2 \Rightarrow \sqrt[3]{y}=x+2 \Rightarrow \sqrt[3]{y}-2=x \longrightarrow$

$f^{inverse}(x)=\sqrt[3]{x}-2$

$D_f = B_{f^{inverse}} : \mathbb{R}$

$B_f = D_{f^{inverse}} : \mathbb{R}$

x	-4	-3	-2	-1	0	1
$f(x)$	-8	-1	0	1	8	27

10a)

$f(x)=\frac{1}{x} \longrightarrow y=\frac{1}{x} \Rightarrow x=\frac{1}{y}$

$h(x)=4-x \longrightarrow y=4-x \Rightarrow y-4=-x \Rightarrow x=4-y$

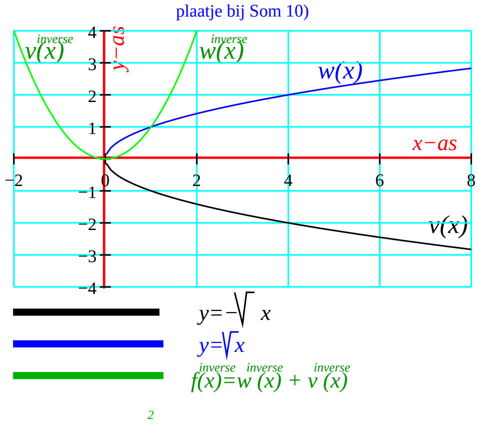
10b)

$w(x)=\sqrt{x} \longrightarrow y=\sqrt{x} \Rightarrow x=y^2 \xrightarrow{\text{inverse is}} w^{inverse}(x)=x^2$, $met\ x \geqq 0$

$v(x)=-\sqrt{x} \longrightarrow y=-\sqrt{x} \Rightarrow -y=\sqrt{x} \Rightarrow (-y)^2=x \Rightarrow x=y^2 \xrightarrow{\text{inverse is}} v^{inverse}(x)=x^2$, $met\ x \leqq 0$

$x^2=v^{inverse}(x)+w^{inverse}(x)$ Dus als $f(x)=x^2$ dan is $f^{inverse}(x)=\pm\sqrt{x}=w(x)+v(x)$

plaatje bij Som 10)

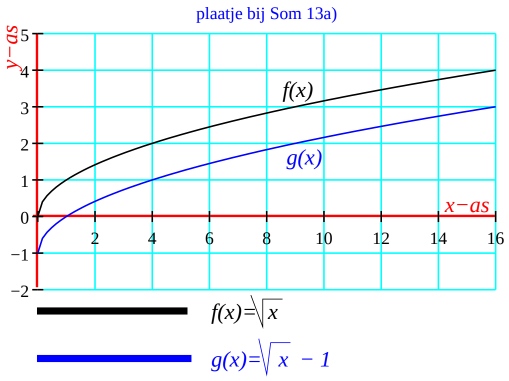


KERN 2
GRAFIEKEN VERSCHUIVEN

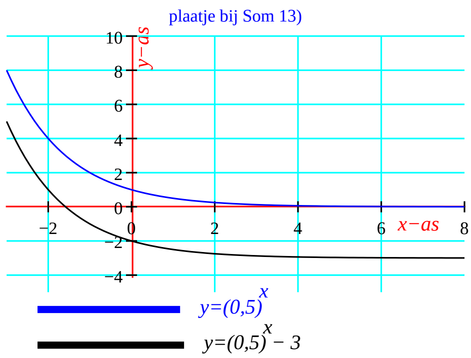
11a) Op alle tijdstippen, behalve als de grond bereikt is, is de kogel die van het dak af geschoten is 45 meter hoger.
11b) $h_d = -5t^2 + 40t + 45$

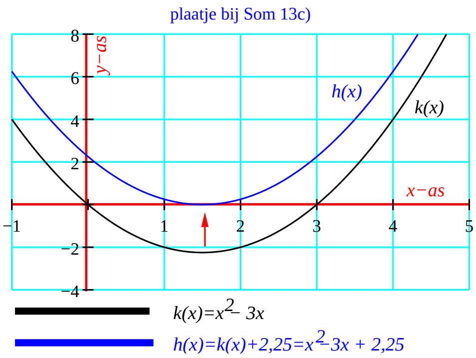
12a) $y = 1,5 = f(x) \quad g(x) = f(x) + 1,5$
12b) $y + 2 = f(x) \; h(x) = f(x) - 2$
12c) $g(x) = h(x) + 3,5$

13a) $g(x) = \sqrt{x} - 1$



13b) 3 omhoog
$p(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$



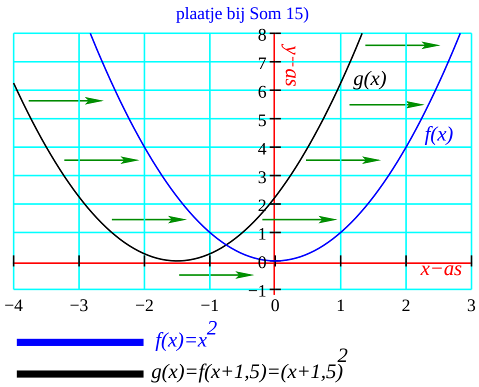


13c) $h(x) = x^2 - 3x$
$h(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 3 \xrightarrow{Symmetrie-as} x = 1\frac{1}{2}$
$\left(1\frac{1}{2}; k\left(1\frac{1}{2}\right)\right) \xleftarrow{Is\ Het\ Minimum}$
$k(1\frac{1}{2}) = -2\frac{1}{4} \longrightarrow \left(1\frac{1}{2}; -2\frac{1}{4}\right) \xleftarrow{Is\ Het\ Minimum}$
Om h te krijgen moet je dus $2\frac{1}{4}$ omhoog, dus $h(x) = k(x) + 2\frac{1}{4} \Rightarrow h(x) = x^2 - 3x + 2\frac{1}{4}$
14a)

t	$A(t)$	$B(t)$	
0	**0**	**-**	**1cm**$\longleftrightarrow 500\,meter$
$\frac{1}{4}$	**250**	**-**	
$\frac{1}{2}$	**750**	**0**	
$\frac{3}{4}$	**1100**	**250**	
1	**1200**	**750**	
$1\frac{1}{4}$	**1250**	**1100**$\rightarrow$	$2,2\cdot 500$
$1\frac{1}{2}$	**1350**	**1200**$\rightarrow$	$2,4\cdot 500$
$1\frac{3}{4}$	**1450**	**1250**	
2	**1750**	**1350**$\rightarrow$	$2,7\cdot 500$
$2\frac{1}{4}$	**2000**	**1450**$\rightarrow$	$2,9\cdot 500$
$2\frac{1}{2}$	**-**	**1750**	
$2\frac{3}{4}$	**-**	**2000**	

14b) $\frac{1}{2}$minuut later heft B de zelfde afstand afgelegd als A
Ze leggen het parcours even snel af
14c) $t-\frac{1}{2}$
14d) $B(t)=A(t-\frac{1}{2})$
De grafiek van B is een half naar rechts verschoven

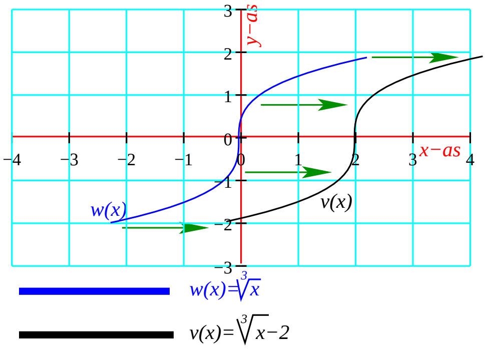
15a)



$g(x)=f(x+1\frac{1}{2})=(x+1\frac{1}{2})^2$
Een andere gemakkelijke manier om een horizontale verschuiving te bekijken is door een enkel punt te nemen, bijvorbeeld $x=0$
$f(x)=x^2\longrightarrow f(0)=0\longrightarrow (0;0)\longrightarrow 1\frac{1}{2}$naar links verschuiven, hoogte blijft $0\longrightarrow g(x)=(x+1\frac{1}{2})^2$
het moet “+ “zijn want $-1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}=0$

16) $v(x)=\sqrt[3]{x-2}$
16a) 2 naar rechts
$w(0)=\sqrt[3]{0}=0$
$v(2)=\sqrt[3]{2-2}=\sqrt[3]{0}=0$
16b)

plaatje bij Som 16)



17a) punt $(x;y)$ligt op g, dan $((x+3);(y-4))$op f
anders geschreven : $(x;y) \in g \implies ((x+3);(y-4)) \in f$
$\in$ *betekent "element van"*
$y-4 = f(x+3) = \frac{1}{x+3} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{x+3} + 4$
17b) $(x;y) \in g \implies ((x-2);(y-3)) \in f$
$y-3 = f(x-2) = \frac{1}{x-2} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{x-2} + 3$
17c) $(x;y) \in g \implies ((x+2);(y+5)) \in f$
$y+5 = f(x+2) = \frac{1}{x+2} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{x+2} - 5$
17d) $(x;y) \in g \implies ((x-2);(y+6)) \in f$
$y+6 = f(x-2) = \frac{1}{x-2} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{x-2} - 6$

18a)
①twee naar rechts, twee naar beneden
②vijf naar rechts, drie naar boven
18b)
① $y = -2 + \frac{1}{x-2} \longrightarrow \begin{cases} \bigstar \textit{Verticale Asymptoot}: & x = 2 \\ \bigstar\bigstar \textit{Horizontale Asymptoot}: & y = -2 \end{cases}$

★

x	$2\frac{1}{1000}$	$2\frac{1}{100000}$
y	998	99998

★★

x	1000	-100000
y	-1,998998	-2,00001

② $y = 3 + \frac{1}{x-5} \longrightarrow \begin{cases} \textit{Verticale Asymptoot}: & x = 5 \\ \textit{Horizontale Asymptoot}: & y = 3 \end{cases}$

19a) 1 naar links, 2 naar beneden
Horizontale Asymptoot: $y = -2$
Verticale Asymptoot: $x = -1$
① $f(x) = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = 2 + \frac{1}{x-2} \longrightarrow \begin{cases} \textit{Verticale Asymptoot}: & x = 2 \\ \textit{Horizontale Asymptoot}: & y = 2 \end{cases}$

x	0	1	2	$2\frac{1}{10}$	3	4
$f(x) = 2 + \frac{1}{x-2}$	$1\frac{1}{2}$	1	↯	12	3	$2\frac{1}{2}$

② $f(x) = \frac{3x+7}{x+2} = \frac{3(x+2)+1}{x+2} = 3 + \frac{1}{x+2} \longrightarrow \begin{cases} \textit{Verticale Asymptoot}: & x = -2 \\ \textit{Horizontale Asymptoot}: & y = 3 \end{cases}$

x	-4	-3	$-2\frac{1}{2}$	-2	$-1\frac{7}{8}$	$-1\frac{1}{2}$	-1	0	4	10
$f(x)$	$2\frac{1}{2}$	2	1	↯	11	5	4	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{6}$	$3\frac{1}{12}$

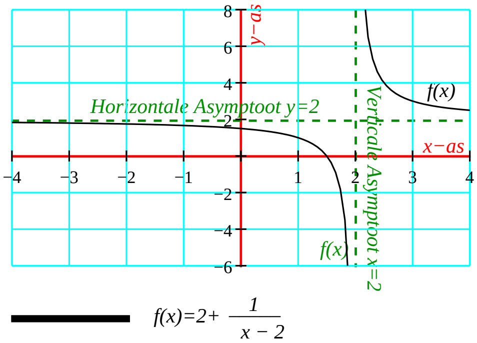
③ $f(x)=\frac{-2x-5}{x+3}=\frac{-2(x+3)+1}{x+3}=-2+\frac{1}{x+3}\longrightarrow\begin{cases} Verticale\,Asymptoot: & x=-3\\ Horizontale\,Asymptoot: & y=-2\end{cases}$

x	-5	-4	$-3\frac{1}{2}$	-3,0001	-2,999	$-2\frac{1}{2}$	-2	-1
$f(x)$	$-2\frac{1}{2}$	-3	-4	-10002	998	0	-1	$-1\frac{1}{2}$

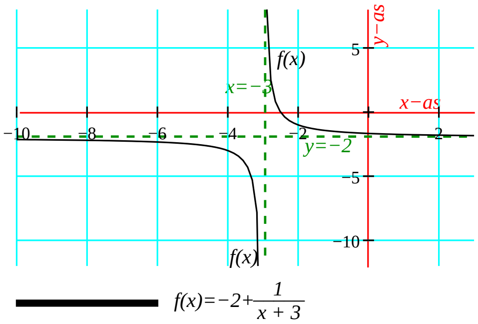
④ $f(x)=\frac{-4x+9}{x-2}=\frac{-4(x-2)+1}{x-2}=-4+\frac{1}{x-2}\longrightarrow\begin{cases} Verticale\,Asymptoot: & x=2\\ Horizontale\,Asymptoot: & y=-4\end{cases}$

x	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	3	4
$f(x)$	$-4\frac{2}{3}$	-5	-6	-3	$-3\frac{1}{2}$

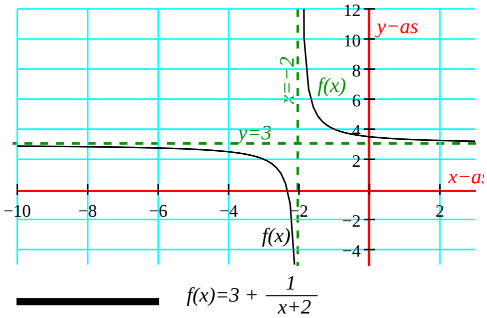
plaatje bij som 19)



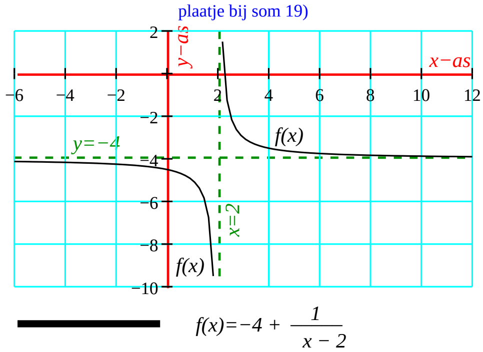
plaatje bij Som 19)



plaatje bij Som 19)



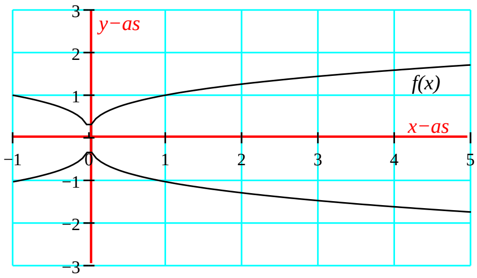
plaatje bij som 19)



Kern 3
Grafieken Spiegelen

20) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

plaatje bij Som 20)



20b)

Punten van f	$(1;1)$	$(3\frac{3}{8};1\frac{1}{2})$	$(8;2)$	$(15\frac{5}{8};2\frac{1}{2})$	$(27;3)$	$(1000;10)$
Spiegelbeeld	$(1;-1)$	$(3\frac{3}{8};-1\frac{1}{2})$	$(8;-2)$	$(15\frac{5}{8};-2\frac{1}{2})$	$(27;-3)$	$(1000;-10)$

20c)

Punten van f	$(-1;-1)$	$(-3\frac{3}{8};-1\frac{1}{2})$	$(-8;-2)$	$(-15\frac{5}{8};-2\frac{1}{2})$	$(-27;-3)$	$(-1000;-10)$
Spiegelbeeld	$(-1;1)$	$(-3\frac{3}{8};1\frac{1}{2})$	$(-8;2)$	$(-15\frac{5}{8};2\frac{1}{2})$	$(-27;3)$	$(-1000;10)$

20d) Punten van f $(x;y) \xrightarrow{SPIEGELBEELD} (x;-y)$

21a) $f(x) = {}^{\frac{1}{3}}\log x$

$g(x) = -{}^{\frac{1}{3}}\log x \overset{\bigstar}{=} {}^{3}\log x$

$\bigstar\ y = -{}^{\frac{1}{3}}\log x \Rightarrow -y = {}^{\frac{1}{3}}\log x \Rightarrow x = \left(\frac{1}{3}\right)^{-y} = \left(-3^{-1}\right)^{-y} = 3^{y} \Rightarrow x = 3^{y} \Rightarrow y = {}^{3}\log x$

21b) $D_f = D_g : \langle 0;\rightarrow\rangle$

Zelfde Asymptoot: $x = 0$

Zelfde Nulpunt: moet wel als je in de $x-as$ spiegelt

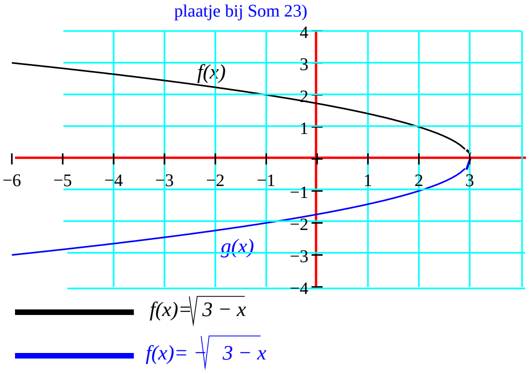
21c)

f is dalend, als $x \to \infty$ dan $f(x) \to -\infty$

g is dalend, als $x \to \infty$ dan $g(x) \to \infty$

22) $m(x) = -l(x) = \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}$

plaatje bij Som 23)



23) $3 - x \geqq 0 \Rightarrow 3 \geqq x \Rightarrow x \leqq 3$

$D_f : \langle\leftarrow;3]\ \ B_f : [0;\rightarrow\rangle$

$g(x) = -f(x) \Rightarrow g(x) = -\sqrt{3-x}$

$D_g : \langle\leftarrow;3]\ \ B_g : \langle\leftarrow;0]$

24a) A $(3;0)$ **B** $\left(0;1\frac{1}{2}\right)$

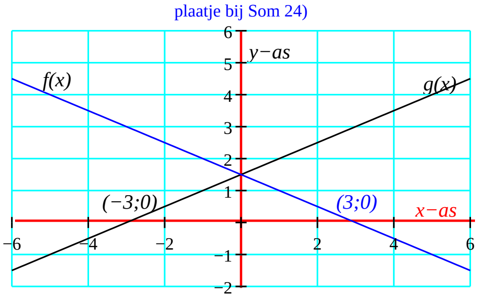
24b) $y=\frac{1}{2}x+1\frac{1}{2}$

24c)

$(1;1)\longrightarrow(-1;1)$

$(-3;3)\longrightarrow(3;3)$

$(x;y)\longrightarrow(-x;y)$



25a) $f(x)=x^2-x \xrightarrow{Spiegelen} f_S(x)=f(-x)=(-x)^2--x \Rightarrow f_S(x)=x^2+x$

25b) $g(x)=(x-1)^3 \xrightarrow{Spiegelen} g_S(x)=g(-x)=(-x-1)^3 \Rightarrow g_S(x)=(-1(x+1))^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow g_S(x)=(-1)^3\cdot(x+1)^3 \Rightarrow g_S(x)=-(x+1)^3$

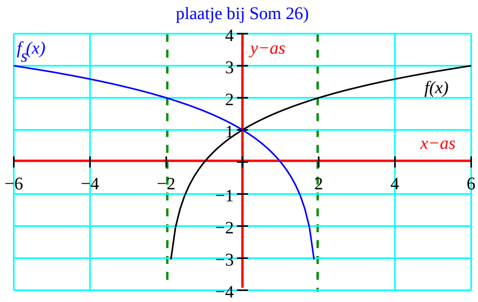
25c) $h(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} \xrightarrow{Spiegelen} h_S(x)=h(-x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-x-3}$

25d) $ki(x)=\sqrt{-x-2} \xrightarrow{Spiegelen} k_S(x)=k(-x)=\sqrt{--x-2} \Rightarrow k_S(x)=\sqrt{x-2}$

26) $f(x)={}^2\log(x+2) \xrightarrow{Spiegelen} f_S(x)=f(-x)={}^2\log(-x+2)$

$D_f:\langle -2;\rightarrow\rangle$

$x=-2 \xleftarrow{Verticale\ Asymptoot}$



27a)

$f_S(x)=f(-x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{(-x)^2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2}=f(x)$

$g_S(x)=g(-x)=\sqrt{(-x)^2}=\sqrt{x^2}=g(x)$

$h_S(x)=h(-x)=-(-x)^2-x=-x^2-x\neq h(x)$

$j_S(x)=j(-x)=(-x)^4-(-x)^2=x^4-x^2=j(x)$

$p_S(x)=p(-x)=\frac{1}{4}(-x)^6=\frac{1}{4}x^6=p(x)$

$q_S(x)=q(-x)=\frac{1}{3}(-x+2)^6\neq q(x)$

27b) Bij spiegelen in de y-as .
Van een punt van de grafiek ligt het beeldpunt
ook op de grafiek

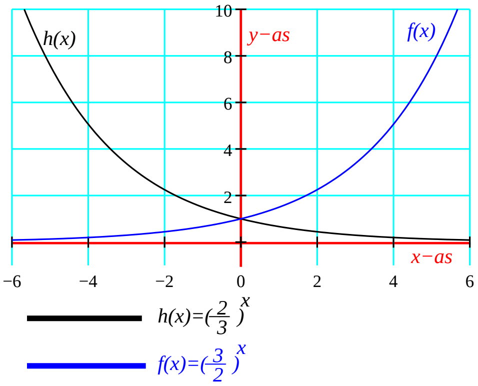
28) $h(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^x$

28c) $k(x)=h(-x)=\left(\frac{2}{3}\right)^{-x}=\frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^x}=\frac{1}{\frac{2^x}{3^x}}=\frac{3^x}{2^x}=\left(\frac{3}{2}\right)^x$

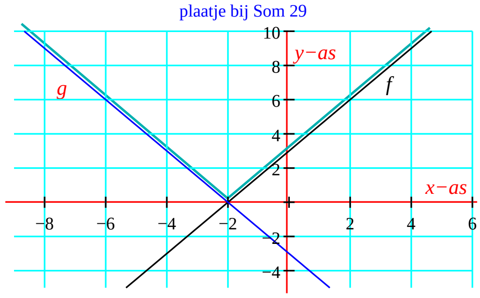
29b) $g(x)=-1\frac{1}{2}x-3$

29d) $B_h:[0;\rightarrow\rangle$

plaatje bij Som 28)

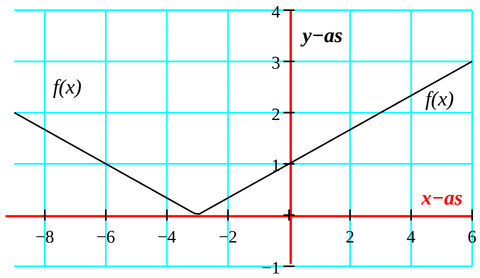


plaatje bij Som 29



30) $f(x) = \left|\frac{1}{3}x + 1\right|$
$\frac{1}{3}x + 1 = 0 \ \Rightarrow\ \frac{1}{3}x = -1 \ \Rightarrow\ x = -3$
$f(x) = \frac{1}{3}x + 1 \quad Voor \quad x \geqq -3$
$f(x) = -\frac{1}{3}x - 1 \quad Voor \quad x < -3$

plaatje bij Som 30)

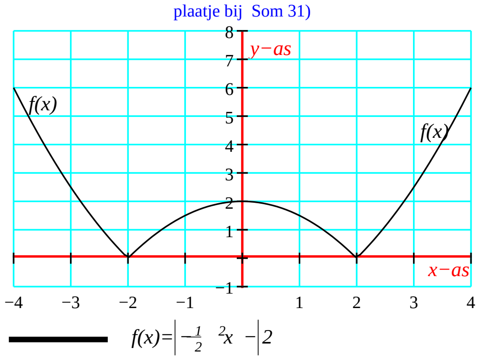


31a) $f(x) = \left|\frac{1}{2}x^2 - 2\right|$
$\frac{1}{2}x^2 - 2 = 0 \ \Rightarrow\ \frac{1}{2}x^2 = 2 \ \Rightarrow\ x^2 = 4 \ \Rightarrow$
$\Rightarrow\ x = 2 \ \bigvee\ x = -2$
$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2 \quad als \ x \leqq -2 \ \bigvee\ x \geqq 2$
$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2 \quad als \ \ -2 < x < 2$

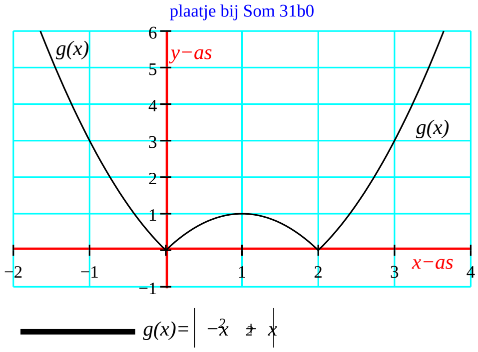
31b) $g(x) = \left|-x^2 + 2x\right|$
$-x^2 + 2x = 0 \ \Rightarrow\ x(-x+2) = 0 \ \Rightarrow\ x = 0 \ \bigvee\ x =$
2

$g(x) = -x^2 + 2x \quad als \ \ 0 \leqq x \leqq 2$
$g(x) = x^2 - 2x \quad als \ \ x < 0 \ \bigvee\ x > 2$

plaatje bij Som 31)

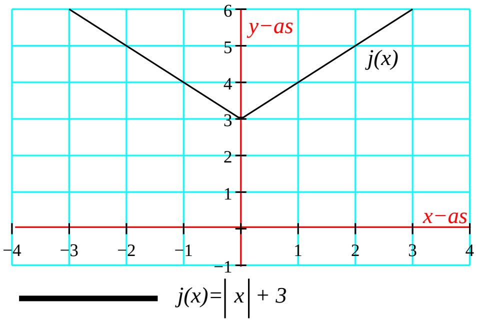


plaatje bij Som 31b0

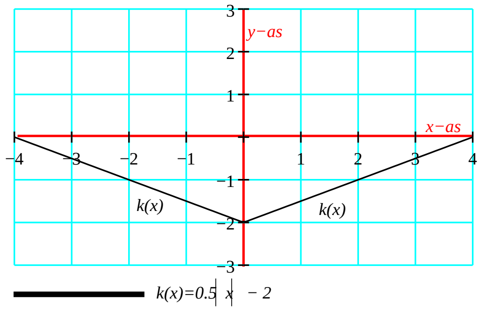


31c) $j(x) = |x| + 3$
$j(x) = x + 3 \quad als \ \ x \geqq 0$
$j(x) = -x + 3 \quad als \ \ x < 0$
31d) $k(x) = \frac{1}{2}\,|x| - 2$
$k(x) = \frac{1}{2}x - 2 \quad als \ \ x \geqq 0$
$k(x) = \frac{1}{2}\cdot(-x) - 2 = -\frac{1}{2}x - 2 \quad als \ \ x < 0$

plaatje bij Som 31c)

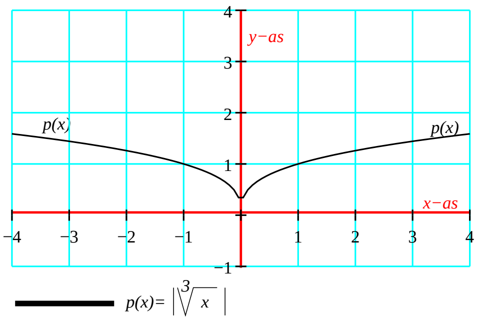


plaatje bij Som 31d)

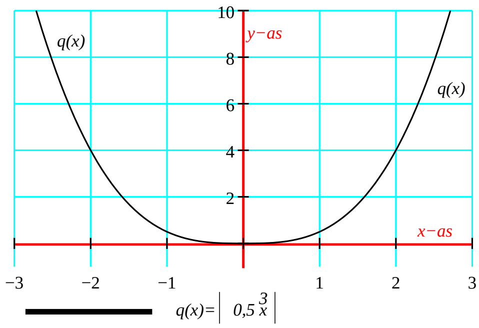


31e) $p(x) = |\sqrt[3]{x}|$
$p(x) = \sqrt[3]{x} \quad als\ \ x \geqq 0$
$p(x) = -\sqrt[3]{x} \quad als\ \ x < 0$
31f) $q(x) = \left|\frac{1}{2}x^3\right|$
$q(x) = \frac{1}{2}x^3 \quad als\ \ x \geqq 0$
$q(x) = -\frac{1}{2}x^3 \quad als\ \ x < 0$

plaatje bij Som 31e)



plaatje bij Som 31f)

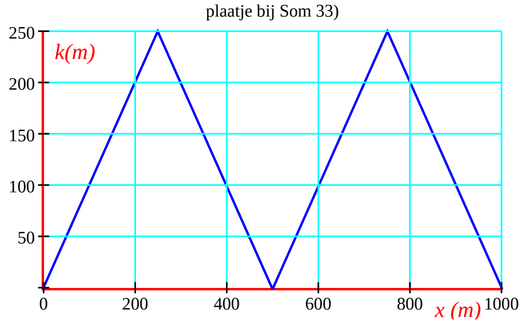


32)

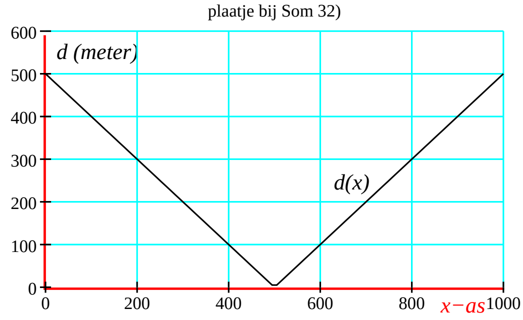
x	0	$\rightrightarrows$	praatpaal 1	500	$\rightrightarrows$	500 meter afgelegd
$d(x)$	300	$\leftleftarrows$	afstand tor Praatpaal 2	0	$\rightrightarrows$	0 meter afstand tot praatpaal 2

$d(x) = |500 - x|$ of $d(x) = |x - 500|$

plaatje bij Som 33)



plaatje bij Som 32)



33)

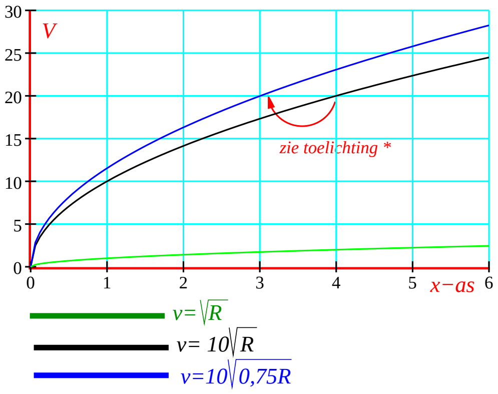
KERN 4
LIJNVERMENIGVULDIGEN

34) $p_1 = \frac{4}{V}$
34a) $p_2 = 2 \cdot p_1$
34b) $p_2 = \frac{8}{V}$
35) $g(x) = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{x}$
36)

$$\left.\begin{array}{r} h(t) = \cos\frac{1}{2}t \\ H(t) = 1,2 \cdot \cos\frac{1}{2}t \end{array}\right\} \Rightarrow H(t) = 1,2 \cdot k(t) \Rightarrow h(t) = \frac{1}{1,2}H(t) \Rightarrow \frac{5}{6}H(t)$$

37a) $f(x) = \sqrt{2-x}$
$y = g(x) \longrightarrow (x;y)$ *op g geeft* $\left(\frac{1}{2}x;y\right)$ *op f*
$y = g(x) = f(\frac{1}{2}x) = \sqrt{(2-\frac{1}{2}x)}$
37b)
$(x;y)$ *op h geeft* $(2x;y)$ *op f*
$h(x) = f(2x) = \sqrt{(2-2x)}$
38) $g(x) = f(\frac{2}{3}x)$
38b) Horizontaal vermenigvuldigen met $\frac{2}{3}$
$f(x) = g(\frac{3}{2} \cdot x)$
39a) $(x;y)$ *op uitgerekte is* $\left(\frac{1}{2}x;y\right)$ *op* $y = x^2 - x$
Uitgerekte : $y = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - 3\left(\frac{1}{2}x\right) \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 - 1\frac{1}{2}x$
39b) Horizontaal verminigvildigen met $\frac{4}{3}$
$f(\frac{3}{4}x) = g(x)$ $g(\frac{4}{3}x) = f(x)$
40) $v = 10 \cdot \sqrt{R}$
40b) Verticaal vermenigvuldigen met 10
40c) Horizontaal vermenigvuldigen met $\frac{3}{4}$
$v = 10 \cdot \sqrt{\frac{4}{3} \cdot R}$
★*toelichting bij plaatje*: $\frac{4}{3}R = 4 \Rightarrow R = 4 \cdot \frac{3}{4} = 3$

plaatje bij Som 40)



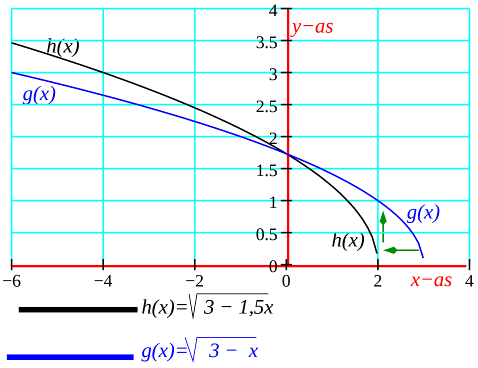
41) $f(x) = x^2 - 2x \longrightarrow$
$f(x) \xrightarrow[\textit{Vertikaal vermenigvuldigen met 2}]{\textit{Horizontaal vermenigvuldigen met 3}} g(x)$
$(x;y)$ *ligt op g* $\Rightarrow \left(\frac{x}{3};\frac{y}{2}\right)$ *op f*

$$\left.\begin{array}{r} \frac{y}{2} = f\left(\frac{x}{3}\right) = \left(\frac{x}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{3}\right) \\ = \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x \end{array}\right\} \Rightarrow y = \frac{2}{9}x^4 - \frac{4}{3}x$$

42)

$$g(x)=\sqrt{(3-x)}\ \xrightarrow[\text{Vertikaal vermenigvuldigen met } \frac{1}{2}]{\text{Horizontaal vermenigvuldigen met } \frac{2}{3}}\ h(x)=\sqrt{3-1\tfrac{1}{2}x}$$

plaatje bij Som 42)



43a)

$$f(x)=2\tfrac{1}{4}x^2=\tfrac{9}{4}x^2=\left(\tfrac{3}{2}x\right)^2\ \xrightarrow[\text{Vertikaal vermenigvuldigen met } 2\frac{1}{4}]{\text{Horizontaal vermenigvuldigen met } \frac{2}{3}}\ g(x)$$

43b) Zie Boekje