UITWERKINGEN VOOR HET VWO

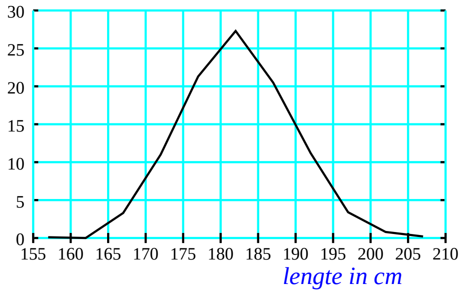
NETWERK B13

HOOFDSTUK 6

KERN 1

NORMALE VERDELING

1a) Zie plaatje
De *polygoon* heeft een **klokvorm**



1b) Ongeveer 50%
1c) $0,1+0,9+3,3+11,0=15,3\%$

2a) klokvorm
2b) geen klokvorm
2c) klokvorm
2d) geen klokvorm

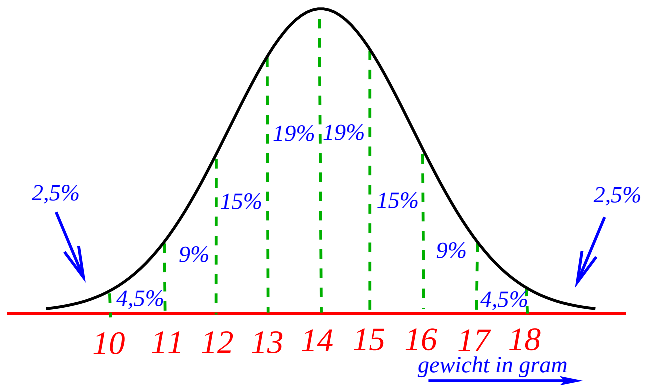
3a)

Lengte in cm	Cumulatief percentage
<159,5	0,1
<164,5	1,0
<169,5	4,3
<174,5	15,3
<179,5	36,6
<184,5	63,9
<189,5	84,4
<194,5	95,6
<199,5	99,0
<204,5	99,8
<209,5	100

3b)
kleiner dan 174,5 cm ⟶15,3%
kleiner dan 182 cm ⟶50%
kleiner dan 189,5 cm ⟶84,4%

[1] *werd gemaakt onder LinuX met LaTeX en LyX*
[2] *Typ&andere fouten&blunders graag Melden!*

4a)
Minder dan 105 ml$\longrightarrow$16% ($13\frac{1}{2}\% + 2\frac{1}{2}\%$)
Minder dan 150 ml$\longrightarrow$$97\frac{1}{2}$% (100%-$2\frac{1}{2}$%)
4b) Minder dan 90 ml
4c) Meer dan 135 ml
5a) Zie tekening



De figuur is symmetrisch. : In klasse <13,14> : 19% In klasse <11,12> : 9%
68% heeft een gewicht tussen 12 en 16 gram. 68%-2·19% = 30% Klasse <12,13> en <15,16> : 15%
Dan blijft er $4\frac{1}{2}$% over voor de beide overige klassen.
5b) Minder dan 11 gram $\longrightarrow$7%
5c) Tussen de 12 gram en 18 gram $\longrightarrow$$81\frac{1}{2}$%
5d) Minstens 13 gram $\longrightarrow$69%

6a) Tussen de $-0,553$ en $-0,537$ $\longrightarrow$68%
6b) Boven de $-0,529$ $\longrightarrow$ $2\frac{1}{2}$%
6c) Er is water toegevoegd, want zonder toevoeging van water is de kans op vijf keer achter elkaar melk met en vriespunt boven de $-0,529^oC$ wel erg klein $\xrightarrow{enWel...}$ $(0,025)^5$

KERN 2
Z-WAARDEN

7a)
Links van 6$\longrightarrow 2\frac{1}{2}\%$
Links van 12$\longrightarrow$ 84%
7b)
Links van 14$\longrightarrow 2\frac{1}{2}\%$
Links van 23$\longrightarrow$ 84%
7c) De grenswaarden liggen hetzelfde aantal keer de standaardafwijking van het gemiddelde af
7d)

Grenswaarde	$\mu-2\sigma$	$\mu-\sigma$	μ	$\mu+\sigma$	$\mu+2\sigma$
aantal keer s van af μ	-2	-1	0	1	2
Cumulatief Percentage	$2\frac{1}{2}$	16	50	84	$97\frac{1}{2}$

8a) $\frac{50+16}{2}=33$
8b) De oppervlakte onder de curve tussen de -1 en $-\frac{1}{2}$ is kleiner dan de oppervlakte onder de curve tussen $-\frac{1}{2}$ en 0
Dus bij $-\frac{1}{2}$ hoort een kleiner cumulatief percentage dan 33
8c)

$z-waarde$	-2	$-1\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2
$cum.percentage$	$2\frac{1}{2}$	7	16	31	50	69	84	93	$97\frac{1}{2}$

9)

$z-waarde$	-2	-1	0	1	2
$cum.percentage$(tabel)	2,28	15,87	50	84,13	97,72

10a) $0,16\%;\quad 99,88\%\quad ;74,22\%\quad ;45,22\%\quad ;8,23\%$
10b) 2,51 ; -1,36 ; -0,53 ; -2,60 ; 0,47

11a) 10160 ; 1,27
11b) -1,27
11c) 10,2%
11d) Niet terecht ; het komt in ruim 10% van de gevallen voor

12a) $z-waarde=-2,24$
12b) $2,24\cdot 16\approx 36$ dagen eerder dan gemiddeld
12c) Bij zwangeschappen van hoogstens 230 dagen spreek je van een *vroeggeboorte*

13a) 14 dagen langer dan gemiddeld: 0,875 keer de standaard afwijking.
13b) $z-waarde\approx 0,88$
13c) $1-0,8106=0,1894\xrightarrow{Dus...}19\%$

14a) $z-waarde=1,28$
14b) $1,28\cdot 190=243,2\ mg/km$
14c) $870+243,3=1113,2\,mg/km\xrightarrow{Dus\ minstens}1113\,mg/km$

KERN 3
KANS & GRENSWAARDE

15a) Als de machine zou zijn ingesteld op 1000 ml zou 50% van de flessen te weinig frisdrank bevatten.
15b) Ongeveer 8%

16a) $g-\mu = 33,5-25 : g-\mu = 8,5$
$z = \frac{8,5}{9,5} = 0,89 \xrightarrow{Dus...} 81,33\%$

$\boxed{\textbf{Of met GR : Distr} - \textbf{normalcdf}(-\textbf{1E99}, \textbf{V} - \textbf{waarde}, \mu, \sigma)}$
Hier invullen : normalcdf(-1E99,33.5,25,9.5) : $\mathbf{P}(\mathbf{V} < 33,5) \approx 0,8145 \xrightarrow{Dus...} 81,45\%$
De percentages verschillen door afrondingen.
16b)
$g-\mu = 18,7-25 = -6,3$
$z = \frac{-6,3}{9,5} \approx -0,66 : \mathbf{P}(\mathbf{z} < -0,66) = 0,2546 :$
$\mathbf{P}(\mathbf{V} < 18,7) \approx 0,2546$
$P(V \geqq 18,7) \approx 1-0,2546 = 0,7454 \xrightarrow{Dus...} 74,54\%$
Met GR: normalcdf(-1E99,18.7,25,9.5) : $P(V \geqq 18,7) \approx 1-0,2536 = 0,7464 \xrightarrow{Dus...} 74,64\%$
16c) $81,33\% - 25,46\% = 55,87\%$
Met GR: normalcdf(18.7,33.5,25,9.5) : $P(18,7 \geqq V \geqq 33,5) \approx 0,5609$
17a) $\mathbf{P}(\mathbf{G} < 44,5 \,|\, \mu = 56,5 \; en \; \sigma = 7,5) = 0,0548$
$g-\mu = 44,5-56,5 = -12 \; ; z = \frac{g-\mu}{\sigma} = \frac{-12}{7,5} = -1,6$
Met GR : normalcdf(-1000,44.5,56.5,7.5) : $\mathbf{P}(\mathbf{G} < 44,5 \,|\, \mu = 56,5 \; en \; \sigma = 7,5) = 0,0548$
17b) $0,0548 \cdot 1200 \approx 66$ eieren

18a) $\mathbf{P}(\mathbf{G} \geqq 69,5 \,|\, \mu = 56,5 \; en \; \sigma = 7,5) = 1-0,9582 = 0,0418 \xrightarrow{Dus...} \approx 50 \; eieren$
$z = \frac{g-\mu}{\sigma} = \frac{69,5-56,5}{7,5} \approx 1,73 : \mathbf{P}(\mathbf{z} < 1,73) = 0,9582$
Met GR : normalcdf(-1E99,69.5,56.5,7.5)
$\mathbf{P}(\mathbf{G} \geqq 69,5 \,|\, \mu = 56,5 \; en \; \sigma = 7,5) = 1-0,9585 = 0,0415 \xrightarrow{Dus...} \approx 50 \; eieren$
18b)
Klasse 4: $\mathbf{P}(54,5 < \mathbf{G} < 59,5 \,|\, \mu = 56,5 \; en \; \sigma = 7,5) \approx 0,6554-0,3936 = 0,2618 \xrightarrow{Dus...} \approx 314 \; eieren$
$z = \frac{g-\mu}{\sigma} = \frac{54,5-56,5}{7,5} \approx -0,27 \; ; z = \frac{g-\mu}{\sigma} = \frac{59,5-56,5}{7,5} = 0,4$
Met GR : normalcdf(54.5,59.5,56.5,7.5)
$\mathbf{P}(54,5 < \mathbf{G} < 59,5 \,|\, \mu = 56,5 \; en \; \sigma = 7,5) \approx 0,2606 \xrightarrow{Dus...} \approx 313 \; eieren$

19a) 8%
19b) De 5% minst volle flessen bevatten hoogstens 997,56 ml (zie Voorbeeld)

20a) $z \approx -1,15 \; ; g \approx 250 + -1,15 \cdot 75 \approx 163,75$
$\boxed{\textbf{Met GR : Distr-invNorm(kans,}\mu, \sigma)}$
Hier invullen : invNorm(0.1245,250,75) . $g \approx 163,54$
20b) $z \approx 0,35 \; ; g \approx 123 + 0,35 \cdot 12 = 127,2$
Met GR : invNorm(.6357,123,12) ; $g \approx 127,2$
20c) $\mathbf{P}(\mathbf{V} < g) = 0,6092 + \mathbf{P}(\mathbf{V} < 18,7) \approx 0,6092 + 0,2546 \approx 0,8638$
$z = \frac{g-\mu}{\sigma} = \frac{18,7-25}{9,5} \approx -0.66 : P(z < -0,66) \approx P(V < 18,7) \approx 0,2546$
Dit geeft: $g \approx 25 + 1,1 \cdot 9,5 \approx 35,5$
Met GR : normalcdf(-1000,18.7,25,9.5) ; $\mathbf{P}(\mathbf{V} < 18,7) \approx 0,2536 :$
$\mathbf{P}(\mathbf{V} < g) = 0,6092 + \mathbf{P}(\mathbf{V} < 18,7) \approx 0,6092 + 0,2536 \approx 0,8628$
invNorm(.8628,25,9.5) ; $g \approx 35,38 \approx 35,4$

21a) $\mathbf{P}(\mathbf{S} < 99,5 \,|\, \mu = 110 \; en \; \sigma = 25) = 33,72\%$

$z = \frac{g-\mu}{\sigma} = \frac{99{,}5-110}{25} = -0,42$
Met GR : normalcdf(-1000,99.5,110,25) ; $\mathbf{P}(\mathbf{S} < 99,5 \mid \mu = 110 \text{ } en \text{ } \sigma = 25) = 33,72\%$

21b) $\mathbf{P}(\mathbf{S} < g \mid \mu = 110 \text{ } en \text{ } \sigma = 25) = 25\% \xrightarrow{Geeft...} z = -0,67$ en $g = 110 + -0,67 \cdot 25 = 93,25$
Dus met een score van maximaal 93 hoort men tot de laagste 25%
Met GR : invNorm(.25,110,25) ; $g \approx 93,14$. Dus score van maximaal 93 punten.

22a) $\mathbf{P}(\mathbf{G} > 6015 \,|\, \mu = 6000 \text{ } en \text{ } \sigma = 6) \approx 1 - 0,9938 = 0,0062$
$z = \frac{g-\mu}{\sigma} = \frac{6015-6000}{6} = 2,5 : \mathbf{P}(\mathbf{z} < 2,5) = 0,9938$
Met GR : 1-normalcdf(-1000,6015,6000,6) ; $\mathbf{P}(\mathbf{G} > 6015 \,|\, \mu = 6000 \text{ } en \text{ } \sigma = 6) \approx 0,0062$

22b) $\mathbf{P}(\mathbf{G} < g \,|\, \mu = 6000 \text{ } en \text{ } \sigma = 6) = 0,0031 \xrightarrow{Geeft...} z = -2,74$ en $g \approx 6000 - 2,74 \cdot 6 = 5983,56 \text{ } mg$
Dus een enkele gulden moet minimaal 5984 mg wegen.
Met GR : invNorm(.0031,6000,6) ; $g \approx 5983,58 \text{ } mg$. Dus minimaal 5984 mg.

23a) $\mathbf{P}(\mathbf{A} < 60 \mid \mu = 50 \text{ } en \text{ } \sigma = 7) = 0,9236$
$z = \frac{g-\mu}{\sigma} = \frac{60-50}{7} \approx 1,43$
dus zullen ongeveer 185 studenten ***niet*** voldoen aan de gestelde eis
Met GR : normalcdf(-1000,60,50,7)
$\mathbf{P}(\mathbf{A} < 60 \mid \mu = 50 \text{ } en \text{ } \sigma = 7) = 0,9234$; ook met dit getal vind je 185 studenten.

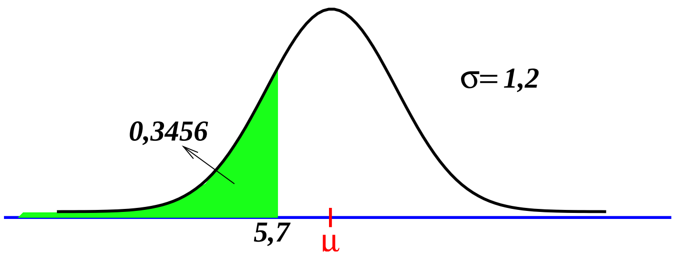
23b) $\mathbf{P}(\mathbf{A} < g \mid \mu = 50 \text{ } en \text{ } \sigma = 7) = 95\% \xrightarrow{geeft...} g \approx 61,55$ meter.
Bij een P-waarde van 0,95 hoort een z-waarde van 1,65
$g \approx 50 + 1,65 \cdot 7 = 61,55$
Dus de beste 5% van de werpers, werpt minstens 61,55 meter.
Met GR : invNorm(.95,50,7) $\xrightarrow{geeft...} g \approx 61,514$ meter.
Dus de beste 5% van de werpers werpt minstens 61,52 meter.

24)
$\mathbf{P}(\mathbf{S} < g \mid \mu = 45 \text{ } en \text{ } \sigma = 7) = 90\% \text{ } AGeeft...g \approx 54$
$\mathbf{P}(\mathbf{S} < g \,|\, \mu = 45 \text{ } en \text{ } \sigma = 7) = 10\% \text{ } AGeeft...g \approx 36$
Dus auto's die tussen de 36 en 54 km/uur rijden, rijden niet zeer snel en niet zeer langzaam
Met GR : invNorm(.9,45,7) en invNorm(.1,45,7). Zelfde antwoord als boven.

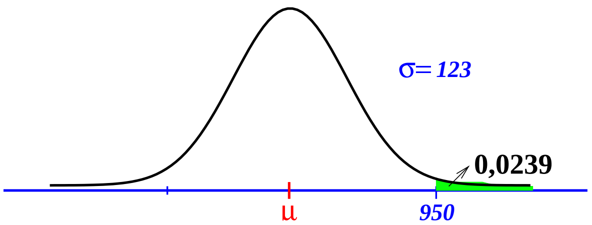
Kern 4
Gemiddelde & Standaard Afwijking

25a) Klopt wel
25b) Gemiddelde$\approx 1016,5\,ml$

26a) $z = -0,40$; $\mu = 5,7 - -0,40 \cdot 1,2 = 6,18$
Met de GR: invNorm(0.3456)$= -0.3972271057$ (z-waarde bij de kans 0.3456)
$z = \frac{g-\mu}{\sigma} : -0.3972271057 = \frac{5,7-\mu}{1,2} : \mu = 6,17667$

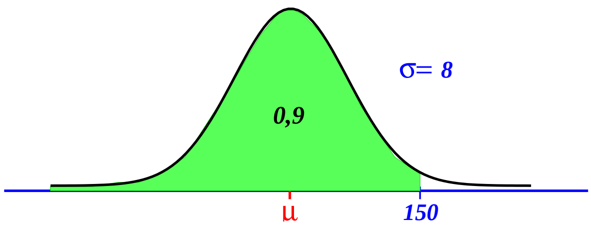


26b) Bij de kans 0,9761 vindt je $z = 1,98$; $\mu = 950 - 1,98 \cdot 123 = 706,46$
Met de GR: invNorm(0.9761)$= 1.979142187$ (z-waarde bij de kans 0.9761)
$z = \frac{g-\mu}{\sigma} : 1.979142187 = \frac{950-\mu}{123} : \mu = 706,565511$



27a) $\mathbf{P}(\mathbf{C} < 150 \mid \mu = ?\ en\ \sigma = 8) = 0,90 \xrightarrow{Geeft...} z = 1,28$ en $\mu = 150 - 1,28 \cdot 8 = 138.76\,mg/g$

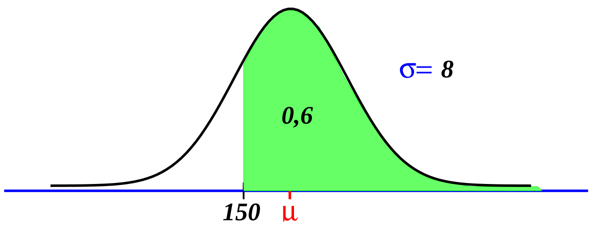
Met GR : **invNorm**(0.9)=1,281551567



$z = \frac{g-\mu}{\sigma} : 1,281551567 = \frac{150-\mu}{8} : \mu \approx 139,75$

27b) $\mathbf{P}(\mathbf{C} > 150 \mid \mu = ?\ en\ \sigma = 8) = 0,60 : \mathbf{P}(\mathbf{C} \leqq 150 \mid \mu = ?\ en\ \sigma = 8) = 0,4 \xrightarrow{Geeft...} z = -0,25$
en $\mu = 150 - -0,25 \cdot 8 = 152\,mg/g$

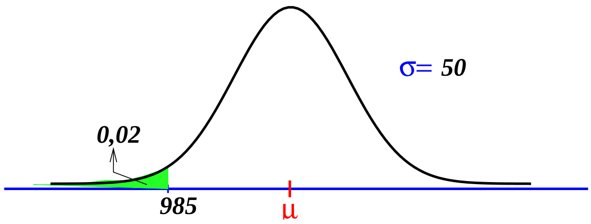
Met GR :**invNorm**(0.4)=-0,2533471011



$-0,2533471011 = \frac{150-\mu}{8} : \mu \approx 152,03$

28a) $\mathbf{P}(\mathbf{I} < 985\,|\,\mu = ?\ en\ \sigma = 50) = 0,02 \xrightarrow{Geeft...} z = -2,05$ en $\mu = 985 + 2,05 \cdot 50 = 1087,5\,ml$

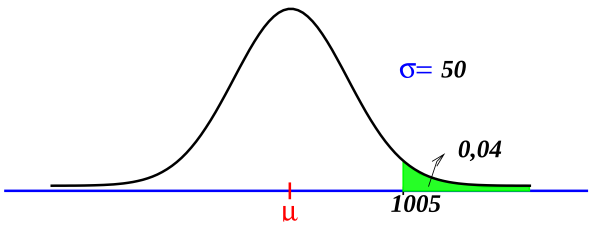
Met GR: InvNorm(0.02)=-2,053748911



-2,053748911=$\frac{985-\mu}{50} \approx 1087,69$

28b) $\mathbf{P}(\mathbf{I} \leqq 1005\,|\,\mu = ?\ en\ \sigma = 50) = 0,96 \xrightarrow{Geeft...} z = 1,75$ en $\mu = 1005 - 1,75 \cdot 50 = 917,5\,ml$

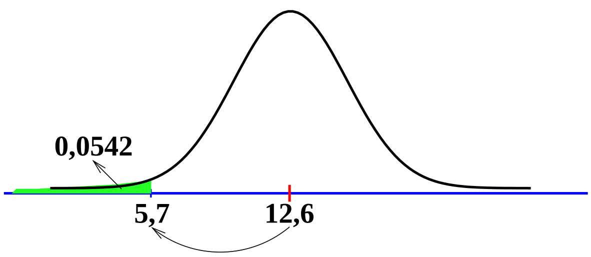
Met GR: InvNorm(0.96)=1,750686071



1,750686071=$\frac{1005-\mu}{50} \approx 917,47$

29a) $\mathbf{P}(\mathbf{G} < 9000\,|\,\mu = 9340\ en\ \sigma = 280) = 11,31\%$
$z = \frac{g-\mu}{\sigma} = \frac{9000-9340}{280} = -1,21$
GR: normalcdf(-1E99,9000,9340,280) ; $\mathbf{P}(\mathbf{G} < 9000\,|\,\mu = 9340\ en\ \sigma = 280) = 11,23\%$
29b) $\mathbf{P}(\mathbf{G} < 9000\,|\,\mu = ?\ en\ \sigma = 250) = 0,10 \xrightarrow{Geeft...} z = -1,28$ en $\mu = 9000 + 1,28 \cdot 250 = 9320\,kg$
Met GR: InvNorm(0.1)=-1,281551567
-1,281551567=$\frac{9000-\mu}{250}$:$\mu \approx 9320,39$
30a) Klopt wel
30b) Standaardafwijking $\sigma \approx 6,2ml$
31a) $z = -1,61$; $standaardafwijking\,\sigma = \frac{5,6-12,6}{-1,61} \approx 4,35$

Met GR: invNorm(0.0542)=-1.605426391



-1.605426391=$\frac{5.6-12.6}{\sigma}$:$\sigma \approx 4,36$

31b) $z = 0,53$; $standaardafwijking\,\sigma = \frac{999-863}{0,53} \approx 256,6$
Met GR : invNorm(.7013)=0.5281431236
0.5281431236=$\frac{999-863}{\sigma}$:$\sigma \approx 257,5$

32a) $\mathbf{P}(\mathbf{O} < 8\,|\,\mu = 10\ en\ \sigma = ?) = 0,05 \xrightarrow{Geeft...} z = -1,65$ en $\sigma = \frac{-2}{-1,65} \approx 1,21\,m^2$
Met GR: invNorm (.05)=-1.644853626
-1.644853626=$\frac{8-10}{\sigma}$:$\sigma \approx 1,22$
32b) $\mathbf{P}(\mathbf{O} < 7\,|\,\mu = 10\ en\ \sigma = 1,21) = 0,0066$
$z = \frac{g-\mu}{\sigma} = \frac{7-10}{1,21} \approx -2,48$
Met GR (normalcdf) krijg je hetzelfde antwoord.

33a) $\mathbf{P}(\mathbf{K} \geqq 29,5\,|\,\mu = 25,8 \; en \; \sigma = ?) = 0,10$
33b)
A: $\mathbf{P}(\mathbf{K} < 29,5) = 0,80$; $z = 0,84$ en $\sigma = \frac{29,5-24,6}{0,84} = \frac{4,9}{0,84} \approx 5,8$
B: $\mathbf{P}(\mathbf{K} < 29,5) = 0,90$; $z = 1,28$ en $\sigma = \frac{29,5-25,8}{1,28} = \frac{3,7}{1,28} \approx 2,9$
Met GR:
A: invNorm(.8)=0,8416212335
0,8416212335= $\frac{29.5-24.6}{\sigma}$: $\sigma \approx 5,8$
B: invNorm(.9)=1.281551567
1.281551567 $\frac{29.5-25.8}{\sigma}$: $\sigma \approx 2,9$
33c)
A: $\mathbf{P}(\mathbf{K} \geqq 19,5\,|\,\mu = 24,6 \; en \; \sigma = 5,8) = 1 - 0,1894 = 0,8106 \xrightarrow{Dus..ongeveer} 81\%$
$z = \frac{g-\mu}{\sigma} = \frac{19,5-24,6}{5,8} \approx -0,88$
B: $\mathbf{P}(\mathbf{K} \geqq 19,5\,|\,\mu = 25,8 \; en \; \sigma = 2,9) = 1 - 0,0150 = 0,985 \xrightarrow{Dus..ongeveer} 99\%$
$z = \frac{g-\mu}{\sigma} = \frac{19,5-25,8}{2,9} \approx -2,17$
A:Met GR: normalcdf(-1E99,19.5,24.6,5.8)
$\mathbf{P}(\mathbf{K} \geqq 19,5\,|\,\mu = 24,6 \; en \; \sigma = 5,8) = 1 - 0,1896 = 0,8104 \xrightarrow{Dus..ongeveer} 81\%$
B:Met GR: normalcdf(-1E99,19.5,25.8,2.9)
$\mathbf{P}(\mathbf{K} \geqq 19,5\,|\,\mu = 25,8 \; en \; \sigma = 2,9) = 1 - 0,0149 = 0,9851 \xrightarrow{Dus..ongeveer} 99\%$