

HOOFDSTUK 3 : LOGARITMISCHE FUNCTIES

Kern 1 : Logaritmen

1a)

$$D(t) = 1,5 * (1,2)^t \text{ (} D \text{ in grammen ; } t \text{ in dagen)}$$

$$D(10) = 1,5 * (1,2)^{10} \approx 9,3 \text{ gram}$$

1b)

$$10 = 1,5 * (1,2)^t \Rightarrow (1,2)^t = 6\frac{2}{3} \Rightarrow t = {}^{1,2}\log(6\frac{2}{3}) = \frac{\log(6\frac{2}{3})}{\log 1,2} \approx 10,4$$

2a)

$${}^3\log 9 = x \Rightarrow 3^x = 9 = 3^2 \Rightarrow x = 2$$

2b)

$${}^5\log 125 = x \Rightarrow 5^x = 125 = 5^3 \Rightarrow x = 3$$

2c)

$${}^5\log 0,2 = x \Rightarrow 5^x = 0,2 = \frac{1}{5} = 5^{-1} \Rightarrow x = -1$$

2d)

$${}^e\log e^7 = x \Rightarrow e^x = e^7 \Rightarrow x = 7$$

2e)

$${}^3\log 243 = x \Rightarrow 3^x = 243 = 3^5 \Rightarrow x = 5$$

2f)

$${}^3\log \frac{1}{3} = x \Rightarrow 3^x = 3^{-1} \Rightarrow x = -1$$

2g)

$${}^2\log 59 = x \Rightarrow 2^x = 59$$

$$2^5 = 32 \text{ en } 2^6 = 64. \text{ Dus } x \text{ ligt tussen } 5 \text{ en } 6.$$

2h)

$${}^e\log 100 = x$$

$$e^4 \approx 54,6 \text{ en } e^5 \approx 148,4. \text{ Dus } x \text{ ligt tussen } 4 \text{ en } 5.$$

2i)

$${}^{10}\log 0,001 = x \Rightarrow 10^x = 0,001 = 10^{-3} \Rightarrow x = -3$$

3)

$${}^2\log p = x \Rightarrow 2^x = p$$

$$x = 0 \Rightarrow p = 1 ; x = 1 \Rightarrow p = 2 ; x = 2 \Rightarrow p = 4 ; x = 3 \Rightarrow p = 8 ; x = 4 \Rightarrow p = 16 ; x = 5 \Rightarrow p = 32$$

$$x = 6 \Rightarrow p = 64 ; x = 7 \Rightarrow p = 128$$

$$\text{Dus } p = 1 \vee p = 2 \vee p = 4 \vee p = 8 \vee p = 16 \vee p = 32 \vee p = 64$$

4a)

$${}^4\log 40 = \frac{\log 40}{\log 4} \approx 2,66$$

4b)

$${}^6\log 100 = \frac{\log 100}{\log 6} \approx 2,57$$

4c)

$${}^5\log 15 = \frac{\log 15}{\log 5} \approx 1,68$$

4d)

$${}^7\log 500 = \frac{\log 500}{\log 7} \approx 3,19$$

4e)

$$e^x = 125 \Rightarrow x = \ln 125 \approx 4,83$$

4f)

$$e^x = 0,12 \Rightarrow x = \ln 0,12 \approx -2,12$$

5a)

$$3^p = x \Rightarrow p = {}^3 \log x$$

$$3^{3 \log 7} = x \Rightarrow {}^3 \log 7 = {}^3 \log x \Rightarrow x = 7$$

5b)

$$80 = 5^{5 \log 80}$$

$$80 = 5^x \Rightarrow x = {}^5 \log 80 = \frac{\log 80}{\log 5} \approx 2,72$$

6a) $\ln 125 \approx 4,83$

6b) $\ln 0,12 \approx -2,12$

6c) $\ln 125e \approx 5,83$

6d) $\ln 0,12e \approx -1,12$

6e) $\ln 125e^2 \approx 6,83$

6f) $\ln 125e^3 \approx 7,83$

6g) $\ln 0,12e^2 \approx -0,12$

6h) $\ln 0,12e^3 \approx 0,88$

6i) $\ln \frac{1}{e} = -1$

7

$$\ln x = 0 \Rightarrow x = e^0 = 1$$

$$\ln x = 1 \Rightarrow x = e^1 = e \approx 2,72$$

$$\ln x = 2 \Rightarrow x = e^2 \approx 7,39$$

$$\ln x = 3 \Rightarrow x = e^3 \approx 20,09$$

$$\ln x = 4 \Rightarrow x = e^4 \approx 54,60$$

$$\ln x = 5 \Rightarrow x = e^5 \approx 148,41$$

$$\ln x = 6 \Rightarrow x = e^6 \approx 403,43$$

8a)

$$\ln(2x+1) = 0 \Rightarrow 2x+1 = e^0 = 1 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

8b)

$$\ln(3x-1) = 1 \Rightarrow 3x-1 = e^1 = e \Rightarrow 3x = e+1 \Rightarrow x = \frac{e+1}{3} \approx 1,24$$

8c)

$$\ln(1-2x) = 1 \Rightarrow 1-2x = e^1 = e \Rightarrow 2x = 1-e \Rightarrow x = \frac{1-e}{2} \approx -0,86$$

8d)

$$\ln(x^2+2x+1) = 0 \Rightarrow x^2+2x+1 = e^0 = 1 \Rightarrow x^2+2x = 0 \Rightarrow x(x+2) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = -2$$

9a)

$$\ln 3 = p \Rightarrow e^p = 3 \Rightarrow e^{\ln 3} = 3$$

$$e^{\ln 20} = 20$$

9b)

$$e^{\ln 60} = 60$$

De exacte waarde van de exponent is $\ln 60 \approx 4,09$

9c)

$$e^{\ln 3} * e^{\ln 20} = e^{\ln 60}$$

$$e^{\ln 3} * e^{\ln 20} = e^{\ln 3 + \ln 20} = e^{\ln 60} \Rightarrow \ln 3 + \ln 20 = \ln 60$$

10a)

p	$\ln 0,25^p$	$p * \ln 0,25$
1	$\ln 0,25 \approx -1,4$	$1 * -1,4 \approx -1,4$
1,5	$\ln 0,125 \approx -2,1$	$1,5 * -1,4 \approx -2,1$
3	$\ln 0,016 \approx -4,2$	$3 * -1,4 \approx -4,2$
-2	$\ln 16 \approx 2,8$	$-2 * -1,4 \approx 2,8$

10b)

p	$\ln 5^p$	$p * \ln 5$
1	$\ln 5 \approx 1,6$	$1 * \ln 5 \approx 1,6$
1,5	$\ln 5^{1,5} \approx 2,4$	$1,5 * \ln 5 \approx 2,4$
3	$\ln 5^3 \approx 4,8$	$3 * \ln 5 \approx 4,8$
-2	$\ln 5^{-2} \approx -3,2$	$-2 * \ln 5 \approx -3,2$

10c)

$$\ln x^6 = 4 \Rightarrow 6 * \ln x = 4 \Rightarrow \ln x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = e^{\frac{2}{3}} \approx 1,95$$

11a)

$$\log 100 = 2, \text{ want } 10^2 = 100; \log 1000 = 3, \text{ want } 10^3 = 1000$$

$$\log 0,1 = -1, \text{ want } 10^{-1} = 0,1$$

11b)

$$\log(5x - 20) = 2 \Rightarrow 5x - 20 = 10^2 = 100 \Rightarrow 5x = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{5} = 24$$

11c)

$$\ln(5x - 20) = 2 \Rightarrow 5x - 20 = e^2 \Rightarrow 5x = 20 + e^2 \Rightarrow x = 4 + \frac{1}{5}e^2 \approx 5,5$$

12a,b)

$$(1) {}^2 \log 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{\ln 3}{\ln 2} \approx 1,58$$

$$(2) {}^{0,1} \log 5 = \frac{\log 5}{\log 0,1} = \frac{\ln 5}{\ln 0,1} \approx -0,70$$

$$(3) {}^3 \log 0,03 = \frac{\log 0,03}{\log 3} = \frac{\ln 0,03}{\ln 3} \approx -3,19$$

$$(4) {}^{0,2} \log 0,4 = \frac{\log 0,4}{\log 0,2} = \frac{\ln 0,4}{\ln 0,2} \approx 0,57$$

14)

$$\ln x = k * \log x \Rightarrow \frac{\log x}{\log e} = k * \log x \Rightarrow k = \frac{1}{\log e} = \frac{\log 10}{\log e} = \ln 10$$

15a)

$$D(t) = 1,5 * (1,2)^t$$

$$10 = 1,5 * (1,2)^t \Rightarrow 1,2^t = \frac{10}{1,5} = 6\frac{2}{3}$$

15b)

$$1,2^t = 6\frac{2}{3} \Rightarrow t = {}^{1,2} \log 6\frac{2}{3} = \frac{\log 6\frac{2}{3}}{\log 1,2} \approx 10,41$$

16a) 1500

16b) 4%

16c)

$$2000 = 1500 * 1,04^t \Rightarrow 1,04^t = \frac{2000}{1500} = 1\frac{1}{3} \Rightarrow t = {}^{1,04} \log 1\frac{1}{3} = \frac{\log 1\frac{1}{3}}{\log 1,04} \approx 7,3$$

Na 8 jaren is het kapitaal aangegroeid tot 2000 gulden.

17a)

10% wordt afgebroken, 90% blijft over. De groeifactor is dan 0,9

$$G(t) = 500 * 0,9^t$$

17b)

$$250 = 500 * 0,9^t \Rightarrow 0,9^t = 0,5 \Rightarrow t = {}^{0,9} \log 0,5 = \frac{\log 0,5}{\log 0,9} \approx 6,6 \text{ uur}$$

Kern 2 : Formules

$$18b) {}^2\log 8 + {}^2\log 16 = {}^2\log 128$$

19a)

$$2^p = a \Rightarrow p = {}^2\log a; 2^q = b \Rightarrow q = {}^2\log b$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Stel } 2^p = a \text{ en } 2^q = b \\ 2^p * 2^q = 2^{p+q} \\ a * b = ab \end{array} \right\} \Rightarrow 2^{p+q} = ab \Rightarrow {}^2\log ab = p + q \Rightarrow {}^2\log ab = {}^2\log a + {}^2\log b$$

19b)

$$g^p = a \Rightarrow p = {}^g\log a; g^q = b \Rightarrow q = {}^g\log b$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Stel } g^p = a \text{ en } g^q = b \\ g^p * g^q = g^{p+q} \\ a * b = ab \end{array} \right\} \Rightarrow g^{p+q} = ab \Rightarrow {}^g\log ab = p + q \Rightarrow {}^g\log a + {}^g\log b$$

19c)

$${}^s\log b + {}^s\log \frac{a}{b} = {}^s\log b * \frac{a}{b} = {}^s\log a \Rightarrow {}^s\log a - {}^s\log b = {}^s\log \frac{a}{b}$$

20a)

Een natuurlijke logaritme is een logaritme met grondtal e .

20b)

$$(1) \ln a^k = k * \ln a$$

$$(2) \ln a = \frac{\log a}{\log e}$$

$$(3) \ln a + \ln b = \ln ab$$

$$(4) \ln a - \ln b = \ln \frac{a}{b}$$

21a)

$$\log 250 - \log 5 + \log 2 = \log \frac{250}{5} + \log 2 = \log 50 * 2 = \log 100 = 2$$

21b)

$${}^5\log 100 + 2 * {}^5\log 0,5 = {}^5\log 100 + {}^5\log 0,5^2 = {}^5\log 100 + {}^5\log 0,25 = {}^5\log(100 * 0,25) = {}^5\log 25 = 2$$

21c)

$${}^3\log 0,2 - {}^3\log 1 + {}^3\log 135 = {}^3\log 0,2 + {}^3\log 135 = {}^3\log 27 = 3$$

21d)

$${}^2\log 27 + {}^2\log 6 - {}^2\log 81 = {}^2\log 162 - {}^2\log 81 = {}^2\log \frac{162}{81} = {}^2\log 2 = 1$$

22a)

$$\left. \begin{array}{l} \log 150 = 1 + \log 15 \\ \log 10 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 + \log 15 = \log 10 + \log 15 = \log 150$$

22b)

$$3 = {}^2\log 2^3 = {}^2\log 8 \Rightarrow {}^2\log 5 + 3 = {}^2\log 5 + {}^2\log 8 = {}^2\log 40$$

22c)

$$2 = {}^7\log 7^2 = {}^7\log 49 \Rightarrow {}^7\log 3 + 2 = {}^7\log 3 + {}^7\log 49 = {}^7\log 147$$

22d)

$$3 = {}^5\log 5^3 = {}^5\log 125 \Rightarrow {}^5\log 2 - 3 = {}^5\log 2 - {}^5\log 125 = {}^5\log \frac{2}{125} = {}^5\log 0,016$$

23) Regel (1) en (2) van bladzijde 65.

In 24a) en 24b) in het boek zitten twee foutjes.

24a)

$${}^3\log \sqrt{2} - \frac{1}{3} \log 2 = {}^3\log \sqrt{2} - \frac{{}^3\log 2}{{}^3\log \frac{1}{3}} = {}^3\log \sqrt{2} - \frac{{}^3\log 2}{{}^3\log 3^{-1}} = {}^3\log \sqrt{2} - \frac{{}^3\log 2}{-1} =$$

$${}^3\log \sqrt{2} + {}^3\log 2 = {}^3\log 2\sqrt{2}$$

24b)

$${}^5 \log 3\sqrt{3} + {}^{0,2} \log \sqrt{3} = {}^5 \log 3\sqrt{3} + \frac{\log \sqrt{3}}{\log 0,2} = {}^5 \log 3\sqrt{3} + \frac{\log \sqrt{3}}{\log \frac{1}{5}} = {}^5 \log 3\sqrt{3} + \frac{\log \sqrt{3}}{\log 5^{-1}} =$$

$${}^5 \log 3\sqrt{3} + \frac{\log \sqrt{3}}{-\log 5} = {}^5 \log 3\sqrt{3} - \frac{\log \sqrt{3}}{\log 5} = {}^5 \log 3\sqrt{3} - {}^5 \log \sqrt{3} = {}^5 \log \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = {}^5 \log 3$$

24c)

$${}^{0,5} \log 5\sqrt{2} = {}^{0,5} \log (5 * \sqrt{2}) = {}^{0,5} \log 5 + {}^{0,5} \log \sqrt{2} = {}^{0,5} \log 5 + {}^{0,5} \log 2^{\frac{1}{2}} = {}^{0,5} \log 5 + \frac{1}{2} * {}^{0,5} \log 2 =$$
$${}^{0,5} \log 5 + \frac{1}{2} * {}^{0,5} \log (0,5)^{-1} = {}^{0,5} \log 5 - \frac{1}{2} = -0,5 + {}^{0,5} \log 5$$

24d)

$${}^{10} \log \sqrt{10} = {}^{10} \log 10^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} * {}^{10} \log 10 = \frac{1}{2}$$

$$1 + {}^{0,1} \log \sqrt{10} = {}^{0,1} \log 0,1 + {}^{0,1} \log \sqrt{10} = {}^{0,1} \log (0,1 * \sqrt{10}) = {}^{0,1} \log (10^{-1} * 10^{\frac{1}{2}}) =$$

$${}^{0,1} \log (10^{-\frac{1}{2}}) = \frac{\log 10^{-\frac{1}{2}}}{\log 0,1} = \frac{-\frac{1}{2} \log 10}{\log 10^{-1}} = \frac{-\frac{1}{2}}{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Dus } {}^{10} \log \sqrt{10} = 1 + {}^{0,1} \log \sqrt{10}$$

25a)

$${}^3 \log 2 + 4 = {}^3 \log 2 + {}^3 \log 3^4 = {}^3 \log (2 * 81) = {}^3 \log 162$$

25b)

$$-3 + \log 2 = \log 10^{-3} + \log 2 = \log 0,001 + \log 2 = \log 0,002$$

25c)

$${}^2 \log 3 + {}^{0,5} \log \sqrt{3} = {}^2 \log 3 + \frac{\log \sqrt{3}}{\log 0,5} = {}^2 \log 3 + \frac{\log \sqrt{3}}{\log 2^{-1}} = {}^2 \log 3 - \frac{\log \sqrt{3}}{\log 2} = {}^2 \log 3 - {}^2 \log \sqrt{3} =$$

$${}^2 \log \frac{3}{\sqrt{3}} = {}^2 \log \sqrt{3}$$

25d)

Fout in boek. $\log \sqrt{2}$ moet $\frac{1}{3} \log \sqrt{2}$ zijn.

$${}^3 \log \sqrt{2} - \frac{1}{3} \log \sqrt{2} = {}^3 \log \sqrt{2} - \frac{\log \sqrt{2}}{\log \frac{1}{3}} = {}^3 \log \sqrt{2} + \frac{\log \sqrt{2}}{\log 3} = {}^3 \log \sqrt{2} + {}^3 \log \sqrt{2} = {}^3 \log 2$$

26a)

$${}^{10} \log x + {}^{0,1} \log x = {}^{10} \log x + \frac{{}^{10} \log x}{{}^{10} \log 0,1} = {}^{10} \log x + \frac{{}^{10} \log x}{{}^{10} \log 10^{-1}} = {}^{10} \log x + \frac{{}^{10} \log x}{-1 * {}^{10} \log 10} =$$

$${}^{10} \log x - {}^{10} \log x = 0$$

26b)

$${}^a \log x + {}^b \log x = 0 \Rightarrow \frac{\log x}{\log a} + \frac{\log x}{\log b} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\log a} * \log x + \frac{1}{\log b} * \log x = (\frac{1}{\log a} + \frac{1}{\log b}) * \log x = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\log a} + \frac{1}{\log b} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\log a} = -\frac{1}{\log b} \Rightarrow \log a = -\log b \Rightarrow \log a + \log b = 0 \Rightarrow$$

$$\log a + \log b = \log a * b = 0 \Rightarrow a * b = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{b}$$

27)

$$\log (10\sqrt{10} * \sqrt[3]{10} * \sqrt[5]{10}) = \log (10^1 * 10^{\frac{1}{2}} * 10^{\frac{1}{3}} * 10^{\frac{1}{5}}) = \log 10^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}} =$$

$$\log 10^{\frac{30}{30}} = 2\frac{1}{30}$$

Kern 3 : Logaritmische functies

28)

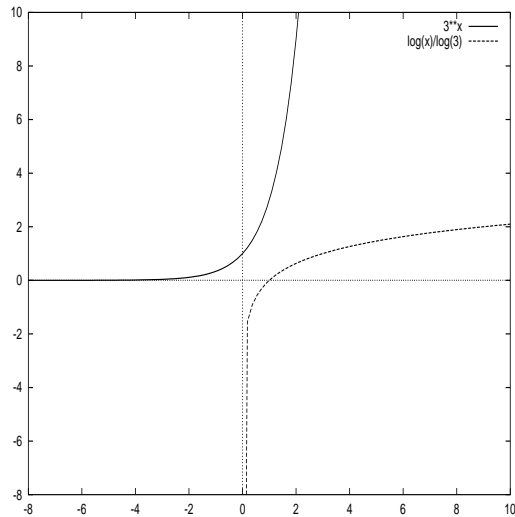
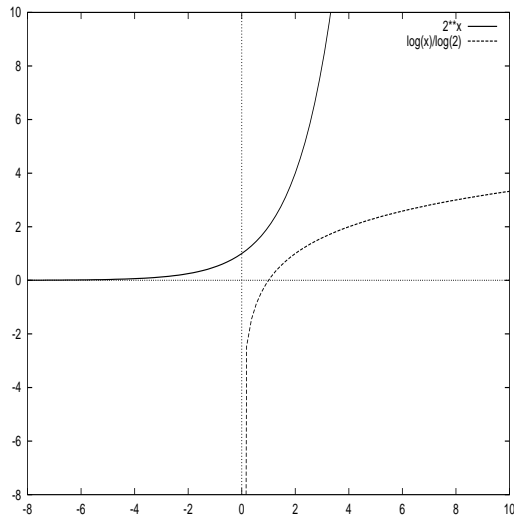
$$y = 2^x \Rightarrow x = {}^2\log y$$

${}^2\log 3,5 \approx 1,8$ (Je kijkt in de grafiek bij $y = 3,5$ en zoekt de daarbij horende x -waarde.)

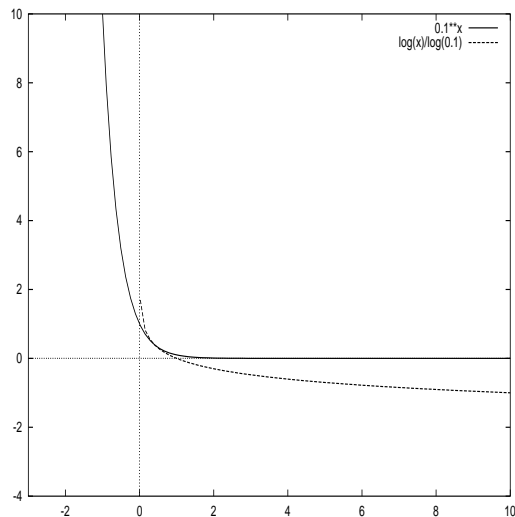
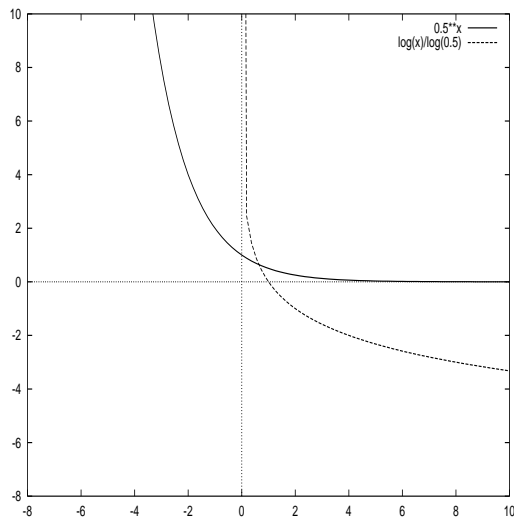
${}^2\log 12 \approx 3,6$ (Je kijkt in de grafiek bij $y = 12$ en zoekt de daarbij horende x -waarde.)

29a)

(1) en (2) zie hieronder



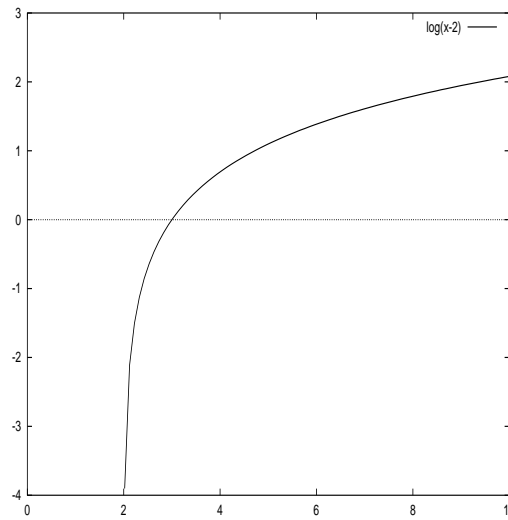
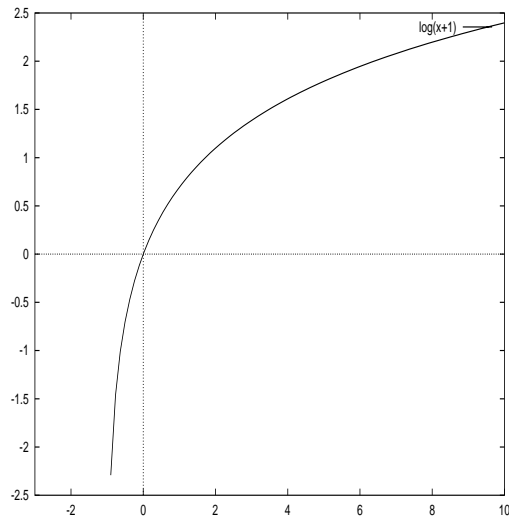
(3) en (4) zie hieronder



29b)

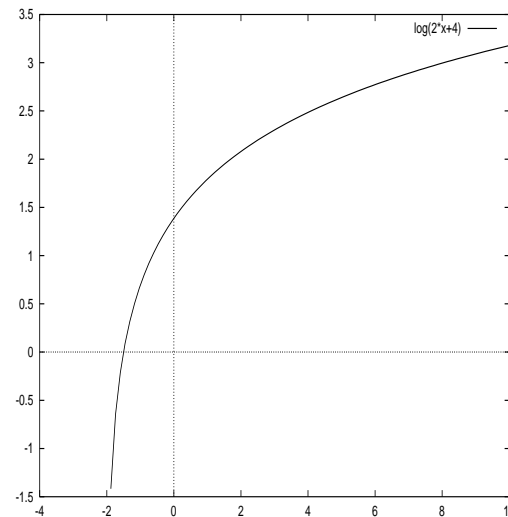
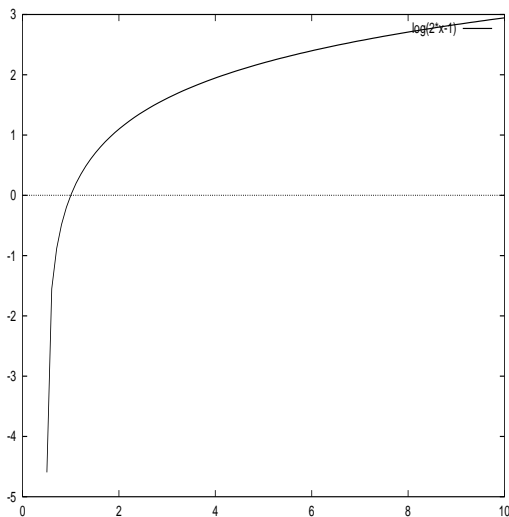
als $g > 1$ dan ${}^g\log x$ stijgend

als $0 < g < 1$ dan ${}^g\log x$ dalend

30a) en b)

$y = \ln(x+1)$ heeft als asymptoot : $x = -1$. Nulpunt $(0, 0)$

$y = \ln(x-2)$ heeft als asymptoot : $x = 2$. Nulpunt $(3, 0)$

30c) en d)

$y = \ln(2x-1)$

$2x-1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$. Dus $x = \frac{1}{2}$ is de verticale asymptoot.

$2x-1 = 1 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$. Dus $(1, 0)$ is het nulpunt.

$y = \ln(2x+4)$

$2x+4 = 0 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$. Dus $x = -2$ is de verticale asymptoot.

$2x+4 = 1 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -1\frac{1}{2}$. Dus $(-1\frac{1}{2}, 0)$ is het nulpunt.

31)

$y = {}^2\log x$ is een stijgende functie.

$y = {}^2\log(-x)$ is het spiegelbeeld (gespiegeld in y-as). Dit is dan een dalende functie.

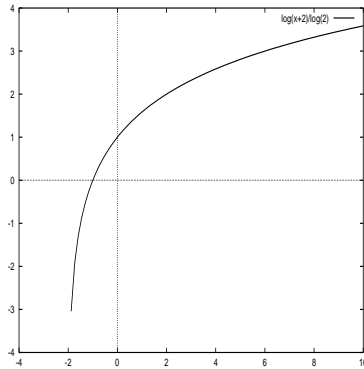
$y = {}^2\log(6-2x)$ is een dalende functie. Er staat een min-teken voor de x .

Bij toenemende x , neemt $6-2x$ af. ${}^2\log(6-2x)$ neemt dan ook af.

32a)

$$f(x) = {}^2 \log(x+2)$$

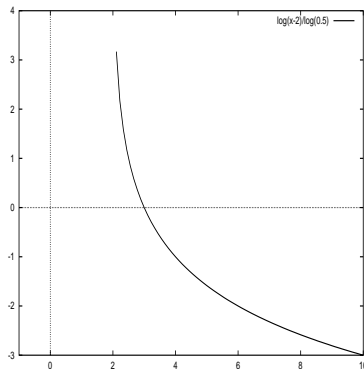
Deze functie heeft $x = -2$ als asymptoot, $(-1, 0)$ als nulpunt, en is stijgend.



32b)

$$g(x) = {}^{0,5} \log(x-2)$$

Deze functie heeft $x = 2$ als asymptoot, $(3, 0)$ als nulpunt, en is dalend.



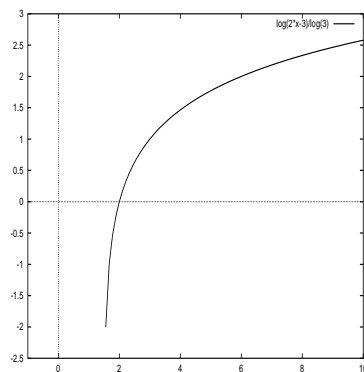
32c)

$$h(x) = {}^3 \log(2x-3)$$

$$2x - 3 = 0 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = 1\frac{1}{2} \text{ (asymptoot)}$$

$$2x - 3 = 1 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ (Nulpunt : (2, 0))}$$

Deze functie is stijgend.



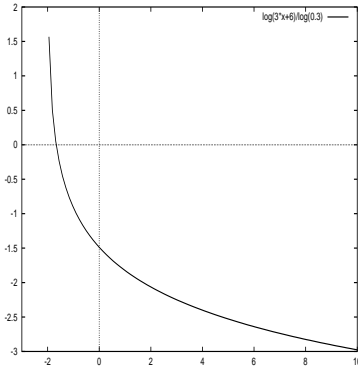
32d)

$$k(x) = {}^{0,3}\log(3x+6)$$

$$3x+6=0 \Rightarrow 3x=-6 \Rightarrow x=-2 \text{ (asymptoot)}$$

$$3x+6=1 \Rightarrow 3x=-5 \Rightarrow x=-1\frac{2}{3} \text{ (Nulpunt : } (-1\frac{2}{3}, 0) \text{)}$$

Deze functie is dalend.



33a)

$$y = {}^2\log(3x+6)$$

$$3x+6 > 0 \Rightarrow 3x > -6 \Rightarrow x > -2. \text{ Het domein is : } < -2, \rightarrow >$$

$$3x+6=0 \Rightarrow x=-2. \text{ Asymptoot is : } x=-2$$

$$3x+6=1 \Rightarrow 3x=-5 \Rightarrow x=-1\frac{2}{3}. \text{ Nulpunt is : } (-1\frac{2}{3}, 0)$$

Het is een stijgende functie. $g = 2 > 1$

33b)

$$y = {}^2\log(3x-6)$$

$$3x-6 > 0 \Rightarrow 3x > 6 \Rightarrow x > 2. \text{ Het domein is : } < 2, \rightarrow >$$

$$3x-6=0 \Rightarrow x=2. \text{ Asymptoot is : } x=2$$

$$3x-6=1 \Rightarrow 3x=7 \Rightarrow x=2\frac{1}{3}. \text{ Nulpunt is : } (2\frac{1}{3}, 0)$$

Het is een stijgende functie. $g = 2 > 1$.

33c)

$$y = {}^{0,2}\log(3x+3)$$

$$3x+3 > 0 \Rightarrow 3x > -3 \Rightarrow x > -1. \text{ Het domein is : } < -1, \rightarrow >$$

$x = -1$ is de verticale asymptoot.

$$3x+3=1 \Rightarrow 3x=-2 \Rightarrow x=-\frac{2}{3}. \text{ Nulpunt is : } (-\frac{2}{3}, 0)$$

Het is een dalende functie. $g = 0,2 < 1$.

33d)

$$y = {}^{0,2}\log(3x-3)$$

$$3x-3 > 0 \Rightarrow 3x > 3 \Rightarrow x > 1. \text{ Het domein is : } < 1, \rightarrow >$$

$x = 1$ is de verticale asymptoot.

$$3x-3=1 \Rightarrow 3x=4 \Rightarrow x=1\frac{1}{3}. \text{ Nulpunt is : } (1\frac{1}{3}, 0)$$

Het is een dalende functie. $g = 0,2 < 1$.

33e)

$$y = {}^2\log(6-3x)$$

$$6-3x > 0 \Rightarrow 6 > 3x \Rightarrow 3x < 6 \Rightarrow x < 2. \text{ Het domein is } < \leftarrow, 2 >$$

$x = 2$ is de verticale asymptoot.

$$6-3x=1 \Rightarrow 3x=5 \Rightarrow x=1\frac{2}{3}. \text{ Nulpunt is : } (1\frac{2}{3}, 0)$$

Het is een dalende functie.

$$y = {}^2\log(3x-6) \text{ is stijgend } (g = 2 > 1)$$

$$y = {}^2\log(6-3x) \text{ is dan dalend.}$$

33f)

$$y = 0,2 \log(6 - 3x)$$

$$6 - 3x > 0 \Rightarrow x < 2. \text{ (zie 33e) Het domein is } \langle \leftarrow, 2 \rangle$$

$x = 2$ is de verticale asymptoot.

$$6 - 3x = 1 \Rightarrow x = 1\frac{2}{3} \text{ (zie 33e) Nulpunt is : } (1\frac{2}{3}, 0)$$

Het is een stijgende functie.

$$y = 0,2 \log(3x - 6) \text{ is dalend. (} g = 0,2 < 1)$$

$$y = 0,2 \log(6 - 3x) \text{ is dan stijgend.}$$

33g)

$$y = \ln(2x - 10)$$

$$2x - 10 > 0 \Rightarrow 2x > 10 \Rightarrow x > 5. \text{ Het domein is } \langle 5, \rightarrow \rangle$$

$x = 5$ is de verticale asymptoot.

$$2x - 10 = 1 \Rightarrow 2x = 11 \Rightarrow x = 5\frac{1}{2}. \text{ Nulpunt is : } (5\frac{1}{2}, 0)$$

Het is een stijgende functie . $g = e > 1$

33h)

$$y = \ln(10 - 5x)$$

$$10 - 5x > 0 \Rightarrow 10 > 5x \Rightarrow 5x < 10 \Rightarrow x < 2. \text{ Het domein is } \langle \leftarrow, 2 \rangle$$

$x = 2$ is de verticale asymptoot.

$$10 - 5x = 1 \Rightarrow 5x = 9 \Rightarrow x = 1\frac{4}{5}. \text{ Nulpunt is } (1\frac{4}{5}, 0)$$

Het is een dalende functie.

$$y = \ln(5x) \text{ is stijgend . } y = \ln(-5x) \text{ is dalend. } y = \ln(10 - 5x) \text{ is dan ook dalend.}$$

33i)

$$y = 0,5 \log(4 - 8x)$$

$$4 - 8x > 0 \Rightarrow 4 > 8x \Rightarrow 8x < 4 \Rightarrow x < \frac{1}{2}. \text{ Het domein is } \langle \leftarrow, \frac{1}{2} \rangle$$

$x = \frac{1}{2}$ is de verticale asymptoot.

$$4 - 8x = 1 \Rightarrow 8x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{8}. \text{ Nulpunt is } (\frac{3}{8}, 0)$$

Het is een stijgende functie.

33j)

$$y = \log(3 - 9x)$$

$$3 - 9x > 0 \Rightarrow 3 > 9x \Rightarrow 9x < 3 \Rightarrow x < \frac{1}{3}. \text{ Het domein is } \langle \leftarrow, \frac{1}{3} \rangle$$

$x = \frac{1}{3}$ is de verticale asymptoot.

$$3 - 9x = 1 \Rightarrow 9x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{9}. \text{ Nulpunt is } (\frac{2}{9}, 0)$$

Het is een dalende functie.

34a)

$$g(x) = e^x \Rightarrow g'(x) = e^x$$

$$g'(2) = e^2.$$

De helling in het punt $(2, e^2)$ is e^2 .

34b)

Helling in $(2, e^2)$ op g is e^2 . Dit betekent: als x op de raaklijn met 1 toeneemt, dan neemt y op de raaklijn met e^2 toe.

Raaklijn in het punt $(e^2, 2)$ aan f . Als x op de raaklijn met e^2 toeneemt, dan neemt y op de raaklijn met 1 toe. Als x met 1 toeneemt, dan neemt y met $\frac{1}{e^2}$ toe.

De helling in het punt $(e^2, 2)$ op f is $\frac{1}{e^2}$.

34c)

$$g(x) = e^x \Rightarrow g'(x) = e^x$$

De helling van de raaklijn in het punt (x, e^x) aan g is e^x .

De helling van de raaklijn in het punt (e^x, x) aan f is $\frac{1}{e^x}$

$$\mathbf{35a)} f(x) = {}^5 \log x = \frac{\ln x}{\ln 5} = \frac{1}{\ln 5} * \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\ln 5} * \frac{1}{x} = \frac{1}{x \ln 5}$$

$$\mathbf{35b)} g(x) = \log x = \frac{\ln x}{\ln 10} = \frac{1}{\ln 10} * \ln x \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{\ln 10} * \frac{1}{x} = \frac{1}{x \ln 10}$$

35c)

$$h(x) = {}^{0,5} \log x = \frac{\ln x}{\ln 0,5} = \frac{1}{\ln 0,5} * \ln x \Rightarrow h'(x) = \frac{1}{\ln 0,5} * \frac{1}{x} = \frac{1}{x \ln 0,5}$$

35d)

$$k(x) = \ln 2x$$

Stel $p = 2x$, dan $\frac{dp}{dx} = 2$; $y = \ln p$, dan $\frac{dy}{dp} = \frac{1}{p}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dp} * \frac{dp}{dx} = \frac{1}{p} * 2 = \frac{1}{2x} * 2 = \frac{1}{x}$$

35e)

$$y = {}^5 \log 2x = \frac{\ln 2x}{\ln 5} = \frac{1}{\ln 5} * \ln 2x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\ln 5} * \frac{1}{x} = \frac{1}{x \ln 5}$$

35f)

$$y = \log 2x = \frac{\ln 2x}{\ln 10} = \frac{1}{\ln 10} * \ln 2x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\ln 10} * \frac{1}{x} = \frac{1}{x \ln 10}$$

35g)

$$y = \ln 3x$$

Stel $3x = p$, dan $\frac{dp}{dx} = 3$; $y = \ln p$, dan $\frac{dy}{dp} = \frac{1}{p}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dp} * \frac{dp}{dx} = \frac{1}{p} * 3 = \frac{1}{3x} * 3 = \frac{1}{x}$$

35h)

$$y = {}^{0,2} \log 4x = \frac{\ln 4x}{\ln 0,2} = \frac{1}{\ln 0,2} * \ln 4x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\ln 0,2} * \frac{1}{4x} * 4 = \frac{1}{x \ln 0,2}$$

36) $f(x) = \ln ax = \ln a + \ln x \Rightarrow f'(x) = 0 + \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$.

Dit geldt als $a > 0$ en $x > 0$.

Het geldt ook als $a < 0$ en $x < 0$.

37a)

$$f(x) = \ln x \text{ en } g(x) = \ln 3x$$

Neem een punt van f , bijv. $(1, 0)$

Neem op dezelfde hoogte (dezelfde y -waarde) een punt op g . $0 = \ln 3x \Rightarrow 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

g krijg je uit f door te vermenigvuldigen vanuit de y -as met factor $\frac{1}{3}$.

37b)

$$\ln 3x = \ln(3 * x) = \ln x + \ln 3$$

Dus een verticale verschuiving van $\ln 3$ naar boven.

38a)

$$y = \ln 4x = \ln 4 + \ln x$$

Een verticale verschuiving van $\ln 4$ naar boven of een horizontale vermenigvuldiging met $\frac{1}{4}$

38b)

$$y = \ln(4x + 4) = \ln(4(x + 1)) = \ln 4 + \ln(x + 1)$$

$$\ln x \xrightarrow{\text{1 naar links}} \ln(x + 1) \xrightarrow{\text{ln 4 naar boven}} \ln(x + 1) + \ln 4$$

of

$$\ln x \xrightarrow{\text{1 naar links}} \ln(x + 1) \xrightarrow{\text{horizontale vermenigvuldiging met } \frac{1}{4}} \ln(4(x + 1))$$

38c)

$$y = \ln(-x)$$

Spiegeling in de y -as

of een horizontale vermenigvuldiging met -1 .

38d)

$$y = \ln(-x + 3)$$

$$\ln x \xrightarrow{\text{spiegelen in } y\text{-as}} \ln(-x) \xrightarrow{\text{3 naar rechts}} \ln(-x + 3)$$

Neem ter controle voor de laatste stap een testpunt, bijv. $(-1, 0)$ op $\ln(-x)$

Op dezelfde hoogte ligt punt $(2, 0)$ op $\ln(-x + 3)$.

Een andere manier ziet er als volgt uit:

$$y = \ln(-x + 3) = \ln(-1 * (x - 3))$$

$$\ln x \xrightarrow{\text{3 naar rechts}} \ln(x - 3) \xrightarrow{\text{spiegelen in } y\text{-as}} \ln(-1 * (x - 3))$$

39)

$$y = \ln 4x = \ln 4 + \ln x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$y = \ln(4x+4) = \ln(4(x+1)) = \ln 4 + \ln(x+1) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+1}$$

$$y = \ln(-x) = \ln(-1 * x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$$

$y = \ln(-x)$ is het spiegelbeeld van $y = \ln x$. (Gespiegeld in de y-as). Dit heeft als gevolg dat ook de helling gespiegeld is.

$y = \ln x$ heeft als hellingfunctie $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$. Het punt $(1, 0)$ heeft een raaklijn met helling $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1} = 1$

$y = \ln(-x)$ heeft als hellingfunctie $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$. Het punt $(-1, 0)$ heeft een raaklijn met helling $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{-1} = -1$.

$$y = \ln(-x+3) = \ln(-1 * (x-3)) \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x-3}$$

40a)

$$y = \log x = \frac{\ln x}{\ln 10} = \frac{1}{\ln 10} * \ln x; \text{ Vertikale vermenigvuldiging met } \frac{1}{\ln 10}$$

40b)

$$y = {}^2 \log x = \frac{\ln x}{\ln 2} = \frac{1}{\ln 2} * \ln x; \text{ Vertikale vermenigvuldiging met } \frac{1}{\ln 2}$$

40c)

$$y = {}^{0,5} \log x = \frac{\ln x}{\ln 0,5} = \frac{1}{\ln 0,5} * \ln x; \text{ Vermenigvuldiging met } \frac{1}{\ln 0,5}$$

40d)

$$y = \log(x+2) = \frac{\ln(x+2)}{\ln 10} = \frac{1}{\ln 10} * \ln(x+2);$$

$$\ln x \xrightarrow{\text{2naarlinks}} \ln(x+2) \xrightarrow{\text{vertikale vermenigvuldiging met } \frac{1}{\ln 10}} \frac{1}{\ln 10} * \ln(x+2)$$

40e)

$$y = {}^2 \log(x-2) = \frac{\ln(x-2)}{\ln 2} = \frac{1}{\ln 2} * \ln(x-2)$$

$$\ln x \xrightarrow{\text{2naarrechts}} \ln(x-2) \xrightarrow{\text{vertikale vermenigvuldiging met } \frac{1}{\ln 2}} \frac{1}{\ln 2} * \ln(x-2)$$

40f)

$$y = {}^{0,5} \log(2x+6) = \frac{\ln(2x+6)}{\ln 0,5} = \frac{1}{\ln 0,5} * \ln(2x+6) = \frac{1}{\ln 0,5} * \ln(2 * (x+3)) = \frac{1}{\ln 0,5} * (\ln 2 + \ln(x+3)) = \frac{\ln 2}{\ln 0,5} + \frac{1}{\ln 0,5} * \ln(x+3)$$

$$\ln x \xrightarrow{\text{3naarlinks}} \ln(x+3) \xrightarrow{\text{vertikale vermenigvuldiging met } \frac{1}{\ln 0,5}} \frac{1}{\ln 0,5} * \ln(x+3)$$

$$\xrightarrow{\text{vertikale verplaatsing met } \frac{\ln 2}{\ln 0,5}} \frac{\ln 2}{\ln 0,5} + \frac{1}{\ln 0,5} * \ln(x+3)$$

Kern 4 : Lineair maken

41a)

$$y = 2^x \Rightarrow x = {}^2 \log y = \frac{\log y}{\log 2} = \frac{1}{\log 2} * \log y \Rightarrow$$

$$\log y = (\log 2) * x$$

41b)

De richtingscoefficient (helling) is $\log 2$

41c)

$$5 = (\log 2) * x \Rightarrow x = \frac{5}{\log 2} = \frac{\log 10^5}{\log 2} = \frac{\log 100000}{\log 2} = {}^2 \log 100000 \approx 16,6$$

Coördinaten in linkergrafiek : $(16, 6; 100000)$

42a)

$$y = b * g^x \Rightarrow \log y = \log(b * g^x) = \log b + \log g^x = \log b + x * \log g$$

De richtingscoëfficiënt (het hellingsgetal) wordt dus geleverd door $\log g$

Als $0 < g < 1$, dan is $\log g$ negatief en is de lijn dalend.

42b)

$$\log b > 0 \quad b > 1$$

43a)

$$y = 3^x \Rightarrow \log y = \log 3^x \Rightarrow \log y = x * \log 3 = (\log 3) * x \approx 0,477x$$

43b)

$$y = 2 * 3^x \Rightarrow \log y = \log(2 * 3^x) = \log 2 + \log 3^x = \log 2 + x * \log 3 = (\log 3) * x + \log 2 \approx 0,477x + 0,301$$

43c)

$$y = 0,2 * 3^x \Rightarrow \log y = \log(0,2 * 3^x) = \log 0,2 + \log 3^x = \log 0,2 + x * \log 3 \approx 0,477x - 0,699$$

43d)

$$y = \frac{1}{3}^x \Rightarrow \log y = \log\left(\frac{1}{3}\right)^x = x * \log \frac{1}{3} \approx -0,477x$$

43e)

$$y = 2 * \left(\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow \log y = \log\left(2 * \frac{1}{3}\right)^x = \log 2 + \log\left(\frac{1}{3}\right)^x = \log 2 + x * \log \frac{1}{3} \approx -0,477x + 0,301$$

43f)

$$y = 0,2 * \frac{1}{3}^x \Rightarrow \log y = \log\left(0,2 * \frac{1}{3}\right)^x = \log 0,2 + \log\left(\frac{1}{3}\right)^x = \log 0,2 + x * \log \frac{1}{3} \approx -0,477x - 0,699$$

44a)

$$y = b * g^x \Rightarrow \log y = \log b + x * \log g \text{ (zie som 42a)}$$

$$(0,3) \text{ ligt op de grafiek. Dan } 3 = \log y = \log b + 0 * \log g \Rightarrow 3 = \log b \Rightarrow b = 10^3 = 1000$$

$$\text{De helling is } -\frac{1}{2}. \text{ Dan } \log g = -\frac{1}{2} \Rightarrow g = 10^{-\frac{1}{2}} \approx 0,316$$

$$\text{De vergelijking van de exponentiele functie wordt dan : } y \approx 1000 * 0,316^x$$

$$(0,-2) \text{ ligt op de bovenste lijn. Dan } \log b = -2 \Rightarrow b = 10^{-2} = 0,01$$

$$\text{De helling van deze lijn is } \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow \log g = \frac{2}{5} \Rightarrow g = 10^{\frac{2}{5}} \approx 2,51$$

$$\text{De vergelijking van de exponentiele functie voor de bovenste lijn wordt dan : } y \approx 0,01 * 2,51^x$$

$$(0,-4) \text{ ligt op de onderste lijn. Dan } \log b = -4 \Rightarrow b = 10^{-4} = 0,0001$$

De helling van deze lijn is hetzelfde als de helling van de bovenste lijn.

$$\text{De vergelijking van de exponentiele functie voor de onderste lijn wordt dan : } y \approx 0,0001 * 2,51^x$$

44b)

Gelijke grondtallen. (gelijke groeifactoren)

45a)

$$\text{fluisteren : } 10^{2,5} * P_0 = P_0 * 10^{25k} \Rightarrow 2,5 = 25k \Rightarrow k = 0,1$$

45b)

$$P = P_0 * 10^{kG} \Rightarrow \log P = \log(P_0 * 10^{kG}) = \log P_0 + \log 10^{kG} = \log P_0 + kG * \log 10 \Rightarrow$$

$$\log P = \log P_0 + kG = 0,1 \Rightarrow \log P_0 + 0,1G$$

45c)

Er is sprake van een toename van 40 decibel. We ervaren dit als $2^4 = 16$ keer zo veel geluid.

45d)

$$k = 0,1 ; G = 90$$

$$P = P_0 * 10^9 \text{ voor één trein.}$$

$$P = P_0 * 2 * 10^9 \text{ voor twee treinen. Dan } 2 * 10^9 = 10^{0,1G} \Rightarrow 0,1G = \log(2 * 10^9) \Rightarrow G \approx 93 \text{ decibel.}$$

46)

$$y = 0,25x^2 \Rightarrow \log y = \log(0,25 * x^2) \Rightarrow \log y = \log 0,25 + \log x^2 \Rightarrow \log y = \log 0,25 + 2 * \log x \Rightarrow$$

$$\log y = 2 \log x + \log 0,25$$

47a)

$$y = 2 * x^2 \Rightarrow \log y = \log(2 * x^2) \Rightarrow \log y = \log 2 + \log x^2 \Rightarrow \log y = \log 2 + 2 \log x \Rightarrow \log y = 2 \log x + \log 2$$

47b)

$$y = 0,2 * x^{1,5} \Rightarrow \log y = \log(0,2 * x^{1,5}) \Rightarrow \log y = \log 0,2 + \log x^{1,5} \Rightarrow \log y = 1,5 \log x + \log 0,2$$

47c)

$$y = x^3 \Rightarrow \log y = \log x^3 \Rightarrow \log y = 3 \log x$$

47d)

$$y = 4 * x^{-3} \Rightarrow \log y = \log(4 * x^{-3}) \Rightarrow \log y = \log 4 + \log x^{-3} \Rightarrow \log y = -3 \log x + \log 4$$

47e)

$$y = 3x^2 \sqrt{x} = 3 * x^2 * x^{\frac{1}{2}} = 3 * x^{2\frac{1}{2}} \Rightarrow \log y = \log(3 * x^{2\frac{1}{2}}) \Rightarrow \log y = \log 3 + \log x^{2\frac{1}{2}} \Rightarrow \log y = 2\frac{1}{2} \log x + \log 0,3$$

47f)

$$y = 0,3x^2 \sqrt{x} = 0,3 * x^{2\frac{1}{2}} \Rightarrow \log y = \log(0,3 * x^{2\frac{1}{2}}) = \log 0,3 + \log x^{2\frac{1}{2}} \Rightarrow \log y = 2\frac{1}{2} \log x + \log 0,3$$

48

$$y = a * x^n \Rightarrow \log y = \log(a * x^n) \Rightarrow \log y = \log a + \log x^n \Rightarrow \log y = n * \log x + \log a$$

(0,5) ligt op de rode lijn. Dan $\log a = 5 \Rightarrow a = 10^5 = 100000$

De helling van de rode lijn is $-2,5$. Dan $n = -2,5$.

De formule voor de rode lijn is : $y = 100000 * x^{-2,5}$

(0,2) ligt op de groene lijn. Dan $\log a = 2 \Rightarrow a = 10^2 = 100$

De helling van de groene lijn is $-\frac{2}{5}$. Dan $n = -\frac{2}{5} = -0,4$

De formule voor de groene lijn is : $y = 100 * x^{-0,4}$.