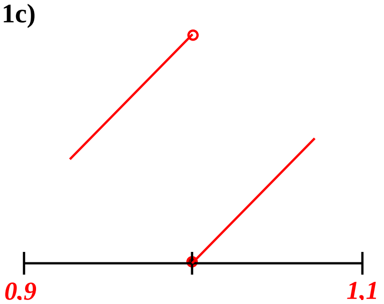
12

UITWERKINGEN VOOR HET VWO
B2 DEEL1

HOOFDSTUK 11

FUNCTIES VAN RIJEN
Kern 1
CONTINUITEIT

1a) -
1b) Geen verticaal stuk
1c)

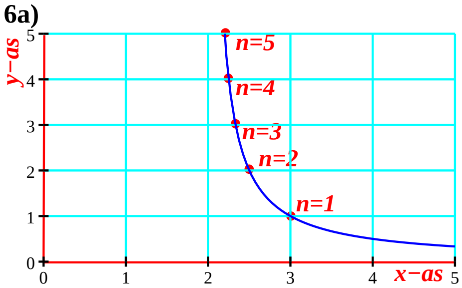


1d) Van rechts wel, van links niet

2a) in de gehele getallen
2b) in de niet-gehele getallen
3a) De "constante" functie is continu; dus $c \cdot f$ ook
3b) $f - g = f + -1 \cdot g$ is ook continu.
4a) $f(v_n) = \left(2 + \frac{1}{n}\right)^2 = 4 + \frac{4}{n} + \frac{1}{n^2}$
4b) $v = \lim\limits_{n\to\infty} v_n = \lim\limits_{n\to\infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right) = 2$
4c) $f(v) = 2^2 = 4$
$\lim\limits_{n\to\infty} f(v_n) = \lim\limits_{n\to\infty} \left(4 + \frac{4}{n} + \frac{1}{n^2}\right) = 4$
ja

5a) $\ln x$ is continu in 1. Dus $\lim\limits_{n\to\infty} \ln\left(\frac{n+1}{n}\right) = \lim\limits_{n\to\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) = \ln 1 = 0$
5b) $\cos x$ is continu in 0. Dus $\lim\limits_{n\to\infty} \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) = \cos 0 = 1$
5c) e^x is continu in 0. Dus $\lim\limits_{n\to\infty} e^{\left(\frac{-1}{n^2}\right)} = e^0 = 1$
5d) $\sqrt{x}$ is continu in 0. Dus $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{\frac{2}{1+n}} = \sqrt{0} = 0$

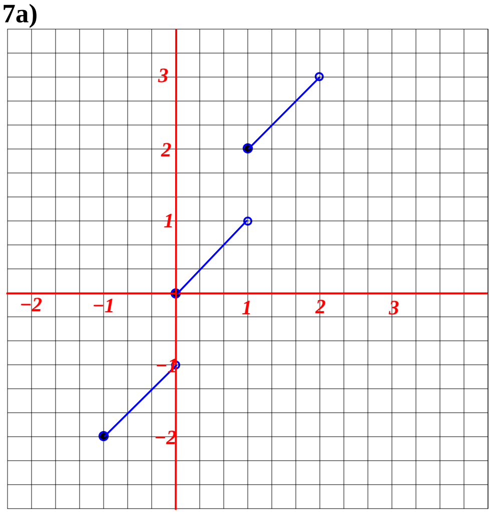
6a)



6b) $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n)$ bestaat niet. Als $n \to \infty$, dan $2 + \frac{1}{n} \downarrow 2$, dan $f(x_n) = \frac{1}{x_n - 2} \to \infty$
6c) Omdat $f(2)$ niet gedefinieerd is

[1] *werd gemaakt onder LinuX met LaTeX en LyX*
[2] *Typ&andere fouten&blunders graag Melden!*

7a)



7b)

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)=1;\ h(1)=1+1=2$

$\lim\limits_{n\to\infty} h\left(1-\frac{1}{n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}+INT\left(1-\frac{1}{n}\right)\right)$

$=1-0+0=1$

8a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(3+\frac{n^2-1}{n^2+1}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(3+\frac{\frac{1}{n^2}\cdot(n^2-1)}{\frac{1}{n^2}\cdot(n^2+1)}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(3+\frac{1-\frac{1}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}}\right)=3+1=4$

$\sin x$ is continu in $\frac{1}{4}\pi$; $\sin\frac{\pi}{4}=\frac{1}{2}\sqrt{2}$

8b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\sqrt{1+n^2}}\right)=1+0=1$

$\frac{1}{x}$ is continu in $x=1$. Dus $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1+\frac{1}{\sqrt{1+n^2}}}\right)=\frac{1}{1}=1$

8c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3n^3+2n^2+n}{2n^3+n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}{2+\frac{1}{n^2}}\right)=\frac{3}{2}$

$\ln x$ is continu in $x=\frac{3}{2}$. Dus $\lim\limits_{n\to\infty}\ln\left(\frac{3n^3+2n^2+n}{2n^3+n}\right)=\ln\left(\frac{3}{2}\right)$

8d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2\pi}{n}\right)=0$

$\frac{\sin x}{\cos x}$ is continu in $x=0$. Dus $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)}{\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)}=\frac{0}{1}=0$

9a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^3+1}{n^2+1}\cdot\frac{1}{2^n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+\frac{1}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}}\cdot\frac{1}{2^n}\right)=0$

$\xrightarrow{toelichting...} v_n=\frac{n+\frac{1}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}}$ gedraagd zich voor grote n als een *machtsfunctie*; wordt overwonnen door $\frac{1}{2^n}$ $\xleftarrow{exponentiele\ functie}$

9b) $\lim\limits_{n\to\infty} n^{100}\cdot(0,99)^n=0$. $\xleftarrow{exponentiele\ functie\, wint\, van\, machtsfunctie}$

9c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2+1}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{n^2}}\sqrt{n-1}}{\frac{1}{\sqrt{n^2}}\sqrt{n^2+1}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{\frac{1}{n}-\frac{1}{n^2}}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}}\right)=\frac{0}{1}=0;$

$-1\leqq\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2+1}}\cdot\sin(n)\leqq\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2+1}}$ $\xleftarrow{INSLUIT\ STELLING}$

Dus $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2+1}}\cdot\sin n\right)=0$

9d) Limiet bestaat niet: $\frac{2^n-1}{2^n+1}\to 1$ als $n\to\infty$ maar $(-1)^{n^2+1}$ is alternerend +1 en -1

10a) $n^k=e^{\ln\left(n^k\right)}=e^{k\cdot\ln n}$

10b) als $n\to\infty$,dan $\ln n\to\infty$, dan $n^k=e^{k\cdot\ln n}\to\infty$ .Omdat $k>0$.

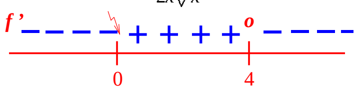
10c) Als $k<0$: $\lim\limits_{n\to\infty} n^k=\lim\limits_{n\to\infty} e^{k\cdot\ln n}\underset{stel\,k=-p}{=}\lim\limits_{n\to\infty} e^{-p\cdot\ln n}$

$\underset{p<0}{=}\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{e^{p\cdot\ln n}}=0$

KERN 2
ENKELE BIJZONDERE LIMIETEN

11a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\ln n}{n}\right)=0$
11b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[n]{n}\right)=1$

12a) Omdat je niet weet of $v_n=\ln n$ wint of verliest van $u_n=n$
12b) $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}}{x\cdot 2\sqrt{x}}-\frac{x}{x\cdot 2\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}-x}{2x\sqrt{x}}$
$f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{2\sqrt{x}-x}{2x\sqrt{x}}=0\ \Rightarrow\ 2\sqrt{x}-x=0\wedge 2x\sqrt{x}\neq 0\ \Rightarrow\ 2\sqrt{x}=x\wedge x\neq 0\ \Rightarrow\ \sqrt{x}=2\ \Rightarrow\ x=4$



$f(x)$ heeft max $f(4)=\ln 4-\sqrt{4}\approx 1,4-2\approx -0,6$
12c) Omdat het maximum van $f(x)$ (voor $x>0$) -0,6 is,geldt voor
$x>0:\ f(x)\leqq -0,6<0$
12d) Voor $n\geqq 1$ geldt dus $\ln(n)-\sqrt{n}<0$
D.w.z. $0\leqq\ln(n)<\sqrt{n}$
Delen door n geeft $0\leqq\frac{\ln(n)}{n}<\frac{1}{\sqrt{n}}$
Via insluitstelling $\left(als\, n\to\infty, dan\,\frac{1}{\sqrt{n}}\to 0\right)$volgt nu $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\ln n}{n}\right)=0$

13a) Zie opgave **10b)**
13b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\ln\left(n^k\right)}{n^k}\right)=\lim\limits_{m\to\infty}\left(\frac{\ln m}{m}\right)$, omdat voor $k>0$ geldt $n^k\to\infty$ als $n\to\infty$
13c) 0

14) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\ln n}{n^k}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{k}\cdot\frac{k\cdot\ln n}{n^k}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{k}\cdot\frac{\ln n^k}{n^k}\right)=\lim\limits_{m\to\infty}\left(\frac{1}{k}\cdot\frac{\ln m}{m}\right)=\frac{1}{k}\cdot 0=0$

15)
$\ln\left(\sqrt[n]{n}\right)=\frac{1}{n}\cdot\ln(n)\ \xrightarrow{Dus....}\sqrt[n]{n}=e^{\frac{\ln n}{n}}$
$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[n]{n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(e^{\frac{\ln n}{n}}\right)=e^0=1$

16a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\cdot\ln n}{n^{0,1}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{10\cdot 0,1\cdot\ln n}{n^{0,1}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(10\cdot\frac{\ln n^{0,1}}{n^{0,1}}\right)=10\cdot 0=0$
16b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\ln\left(n^2\right)}{\sqrt{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\ln\left(\sqrt{n^4}\right)}{\sqrt{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\ln(\sqrt{n})^4}{\sqrt{n}}\right)\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{4\cdot\ln(\sqrt{n})}{\sqrt{n}}\right)=4\cdot 0=0$
16c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{(\ln n)^2}{\sqrt{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{(\ln n)^2}{n^{\frac{1}{2}}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\left(4\cdot\ln\left(n^{\frac{1}{4}}\right)\right)^2}{\left(n^{\frac{1}{4}}\right)^2}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(16\cdot\frac{\ln\left(n^{\frac{1}{4}}\right)^2}{\left(n^{\frac{1}{4}}\right)^2}\right)=16\cdot 0^2=0$
16d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\ln\left(n^2+1\right)-\ln(n)}{n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\ln\left(\frac{n^2+1}{n}\right)}{n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\ln\left(\frac{n^2+1}{n}\right)}{\left(\frac{n^2+1}{n}\right)\cdot\left(\frac{n^2}{n^2+1}\right)}\right)=$
$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\left(\frac{n^2}{n^2+1}\right)}\right)\cdot\frac{\ln\left(\frac{n^2+1}{n}\right)}{\left(\frac{n^2+1}{n}\right)}=1\cdot 0=0$
17a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[n]{3n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[n]{3}\cdot\sqrt[n]{n}\right)=1\cdot 1=1$
17b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3n]{n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(n^{\frac{1}{3n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(n^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{3}}=1^{\frac{1}{3}}=1$
17c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[n]{n^3}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[n]{n}\right)^3=1^3=1$
17d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}}=1^0=1$

18a) $f'(x) = \frac{1}{1+x}$; Dus $f'(0) = 1$
18b)
Raaklijn in $(0;0)$aan de grafiek is $y = x$
Dus in de buurt van 0 geldt $f(x) = \ln(1+x) = x$
18c) $\frac{f(x)-f(0)}{x} \approx f'(0)$ voor x vlakbij 0
Dus: $\frac{f\left(\frac{1}{n}\right)-f(0)}{\frac{1}{n}} \approx f'(0) = 1$ voor n groot, dwz $\frac{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)-\ln 1}{\frac{1}{n}} = \frac{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}} \longrightarrow 1$

19a) $\frac{f(x)-f(0)}{x-0} \approx f'(0)$; omdat $f(0) = 0$ volgt dus: $\frac{f(x)}{x} \approx f'(0)$ voor x vlakbij 0
19b) Neem nu $x = \frac{1}{n}$ met n groot, dan $\frac{f\left(\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}} = n \cdot f\left(\frac{1}{n}\right) \approx f'(0)$ dwz $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n \cdot f\left(\frac{1}{n}\right)\right) = f'(0)$
19c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n \cdot \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}}\right) = 1$

20a)
Stel $f(x) = \sin(x)$; $f(0) = 0$
$f'(x) = \cos(x)$; $f'(0) = 1$
Dus $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n \cdot \sin\left(\frac{1}{n}\right)\right) = 1$
20b)
Stel $f(x) = \cos(x) - 1$; $f(0) = 1 - 1 = 0$
$f'(x) = -\sin(x)$; $f'(0) = 0$
Dus $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n \cdot \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right) - 1 = 0$

21a)
Stel $f(x) = \ln(1+kx)$; $f(0) = \ln(0) = 0$
$f'(x) = \frac{k}{1+kx}$ (mbv. de kettingregel $p = 1+kx \Rightarrow \frac{dp}{dx} = k$ en $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dp} \cdot \frac{dp}{dx} = \frac{1}{p} \cdot k = \frac{k}{1+kx}$)
$f'(0) = k$
$\lim\limits_{n\to\infty}\left(n \cdot \ln\left(1+\frac{k}{n}\right)\right) = k$
21b) Uit **a)** volgt: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\ln\left(1+\frac{k}{n}\right)^n\right) = k$ en dus $\lim\limits_{n\to\infty}\left(e^{\ln\left(1+\frac{k}{n}\right)^n}\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{k}{n}\right)^n\right) = e^k$

Kern 3
Webgrafieken

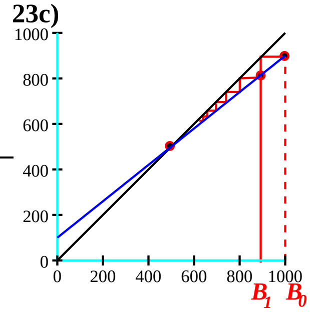
22a) $200 - A_{n-1}$ =het aantal duizenden dat in jaar $n-1$ nog geen machine heeft
(Hierin zit ook dat 200.000 het maximum is)
$0,2 \cdot (200 - A_{n-1})$ is daarvan 20%
Opgeteld bij A_{n-1}krijg je het aantal duizenden in jaar n
22b) Noem $A_n = y$ en $A_{n-1} = x$; dan komt er $y = x + 0,2 \cdot (200 - x)$ ofwel $y = 0,8x + 40$
22c) De y van jaar $n-1$ wordt de x van jaar n . De lijn $y = x$ geeft de $y - waarde$ de juiste plaats op de $x - as$

23a) B_{t+1} = 80% van het bos in het jaar t
$+100$(nieuwe aanplant)
$B_0 = 1000$, want dat is de startsituatie
23b)

jaar	0	1	2	3	4	5
B	1000	900	820	756	704,8	663,84

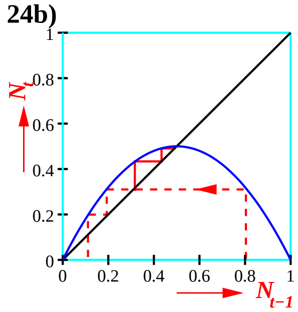
jaar	6	7	8	9	10
B	631,1	604,9	583,9	567,1	553,7

23d) Zie tekening
23e) 500 ha

23c)


24a) Noem $N_{t-1} = x$ en $N_t = y$,

dan $y = 2x(1-x) \Rightarrow y = -2x^2 + 2x$

24b)


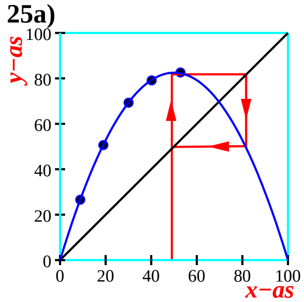
24c) $N_t = 0,5$

24d) Ook bij $N_0 = 0,8$ ga je naar $0,5$

(is immers hetzelfde als $N_0 = 0,2$)

24e) Stabiel; waar je ook begint,

je gaat altijd naar $N = 0,5$

25a)


25b) De aantallen "springen" heen en weer tussen ongeveer $47,9$ en $82,4$

26a)

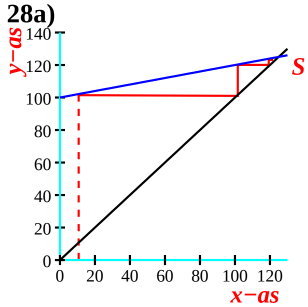
0	1	2	3	4	5	6
38	82,5	50,6	87,5	38,3	82,7	50,0

26b) Ook hier periodiciteit, maar nu met een periode van 4 jaar

27a) Convergentie naar evenwichtsituatie $x = 7$
27b) Uitsterven van de populatie
27c) Stabiele situatie: de populatie blijft steeds $\frac{3}{4}$
27d) Periodiek: $1\frac{1}{2} \longrightarrow \frac{16}{3} \longrightarrow 1\frac{1}{2} \longrightarrow \frac{16}{3}$,
met een periode 2

KERN 4
CONVERGENTIE

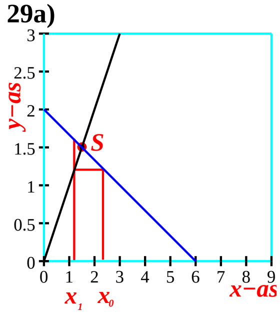
28a)



28b)
Waar je ook begint, je convergeert altijd naar S
Dat komt omdat de helling van $y = 100 + 0,2x$ kleiner is dan de helling van $y = 1 \cdot x$

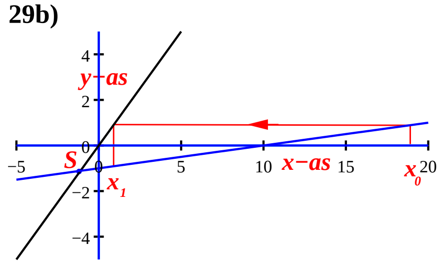
28c)
Voor S geldt: $x = 100 + 0,2x \Rightarrow$
$0,8x = 100 \Rightarrow x = 125$

29a)



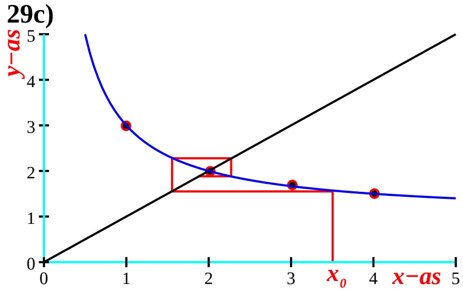
$y = 2 - \frac{x}{3}$
Bij elke start kom je op den duur in S
$x = 1\frac{1}{2}$

29b)



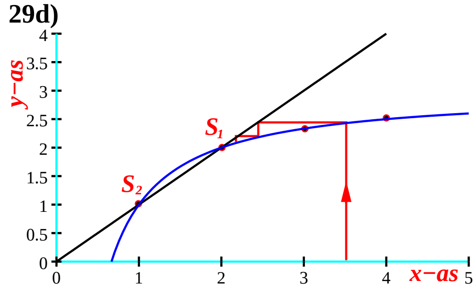
$y = 0,1x - 1$
Evenwicht: $0,9x = -1 \xrightarrow{Dus.....} x = -1,11$

29c)



$y = 1 + \frac{2}{x}$
Convergentie naar $S: x^2 = x + 2 \Rightarrow$
$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0$
Convergentie naar $x = 2$
(bij positieve startwaarde)

29d)



$y = 3 - \frac{2}{x}$
Startwaarde rechts van 1 geeft convergentie naar S_1
Startwaarde $x_0 = 1 \Rightarrow$ alle waarden zijn 1
Startwaarde links van 1 geeft negatieve y en die geeft (als x) weer een $y > 3$ en dan toch weer convergentie naar S_1, dwz $x = 2$

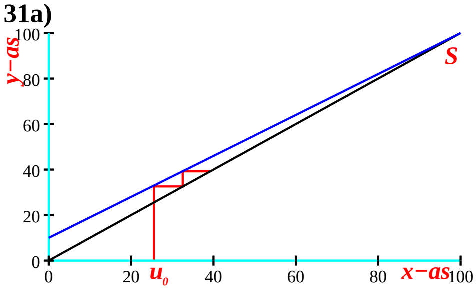
30a)
$$\begin{array}{rcl} \alpha_{n+1} & = & 90 - \frac{1}{2}\alpha_n \\ \alpha_n & = & 90 - \frac{1}{2}\alpha_{n-1} \\ \hline \alpha_{n+1} - \alpha_n & = & -\frac{1}{2}\left(\alpha_n - \alpha_{n-1}\right) \end{array}$$

b) $\left|\alpha_2 - \alpha_1\right| = \frac{1}{2} \cdot \left|\alpha_1 - \alpha_0\right|$;
$\left|\alpha_3 - \alpha_2\right| = \frac{1}{2} \cdot \left|\alpha_2 - \alpha_1\right| = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left|\alpha_1 - \alpha_0\right|$
enzovoorts
$\left|\alpha_{n+1} - \alpha_n\right| = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \left|\alpha_1 - \alpha_0\right|$

30c)
Op de duur (n *groot*) zijn α_{n+1} en α_n bijna gelijk want $\lim\limits_{n\to\infty} \left|\alpha_{n+1} - \alpha_n\right| = 0$

30d) $\alpha = 60$

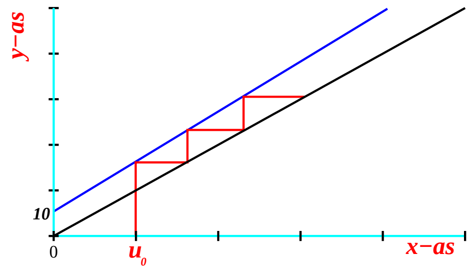
31a)



Convergentie naar S

Limiet $x = 10 + 0,9x$ Dus $x = 100$

31b)



Geen Limiet : de lijnen snijden alkaar niet

32a)

$f(x) = 2 - \frac{1}{3}x$ heeft $|f'(x)| = \frac{1}{3} < 1$

Je kunt $[a;b]$ willekeurig kiezen zó

dat $m = 1\frac{1}{2} \in [a;b]$

32b)

Van $f(x) = \frac{1}{10}x - 1$ is $|f'(x)| = \frac{1}{10} < 1$

$m = -1,11$

32c)

$f(x) = 1 + \frac{2}{x}$

$f(m) = m$ voor $m = 2$

$f'(x) = \frac{-2}{x^2}$ en $|f'(2)| = \left|\frac{-2}{4}\right| = \frac{1}{2} < 1$

kies $[a;b]$ bijvoorbeeld $\left[1\frac{1}{2};5\right]$

32d)

Ook hier $f(2) = 2$

Kies $[a;b] = \left[1\frac{1}{2};5\right]$

33a)

$$\left.\begin{array}{l} f(u_1) = u_2 \\ f(u_2) = u_3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left|rc_f\right| = \frac{|u_3 - u_2|}{|u_2 - u_1|} = |q|$$

dwz: $\left|u_3 - u_2\right| = |q| \cdot \left|u_2 - u_1\right|$

33b)

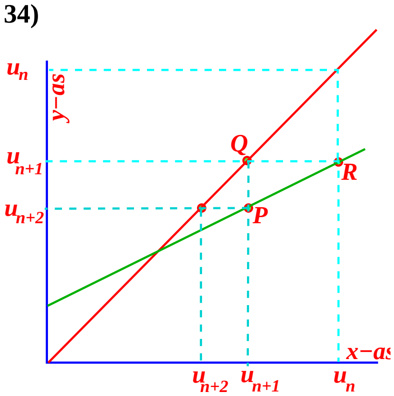
Evenzo geldt: $\frac{|u_2 - u_1|}{|u_1 - u_0|} = q$,

dus $\left|u_2 - u_1\right| = q \cdot \left|u_1 - u_0\right|$

Combineren van 33a) en 33b) geeft:

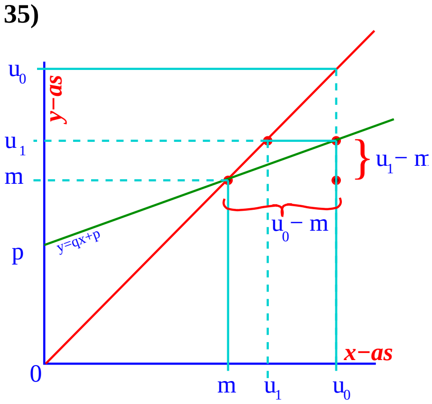
$\left|u_3 - u_2\right| = |q|^2 \cdot \left|u_1 - u_0\right|$

34)



$$\begin{array}{rcll} u_{n+2} & = & 2 + \frac{1}{2}u_{n+1} & \\ u_{n+1} & = & 2 + \frac{1}{2}u_n & \\ \hline u_{n+2} - u_{n+1} & = & \frac{1}{2} \cdot (u_{n+1} - u_n) & \\ \left|u_{n+2} - u_{n+1}\right| & = & \frac{1}{2} \cdot \left|u_{n+1} - u_n\right| & < \left|u_{n+1} - u_n\right| \end{array}$$

35)



35a) Zie figuur: $\frac{u_1 - m}{u_0 - m} = q$ (de rc van de lijn)

35b)

Ook $\frac{u_2 - m}{u_1 - m} = q$ en dus

$\left|u_2 - m\right| = q^2 \cdot \left|u_0 - m\right|$enzovoorts

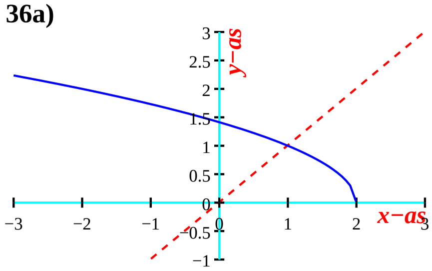
35c)

Als $|q| < 1$ volgt $\lim_{n\to\infty}(u_n - m) =$

$\lim_{n\to\infty} q^2 \cdot (u_0 - m) = 0$

Dus: $\lim_{n\to\infty} u_n = m$

36a)



36b)

$f(x)=\sqrt{2-x}=(2-x)^{\frac{1}{2}}$

$f'(x)=\frac{1}{2}\cdot(2-x)^{-\frac{1}{2}}\cdot -1=\frac{-1}{2\sqrt{2-x}}$

$-1<\frac{-1}{2\sqrt{2-x}}<1$, voor $x<1\frac{3}{4}$

36c)

$x=\sqrt{2-x}\ \Rightarrow\ x^2=2-x\ \Rightarrow\ x^2+x-2=0$

$\Rightarrow\ (x+2)(x-1)=0\ \Rightarrow\ x=-2\vee x=1$

$x=-2$ vervalt. Dus $x=1$.

$u_n=1$

36d) Waarden tussen -2 en 2

36e) Bijvoorbeeld $u_0=-3$

Dan komt er $u_1=\sqrt{5}$,

$u_2=\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)}$ bestaat niet

37a)

Schiermonnikoog: $K_{n+1}=0,033K_n(100-K_n)=0,033K_n\cdot 100(1-\frac{K_n}{100})$

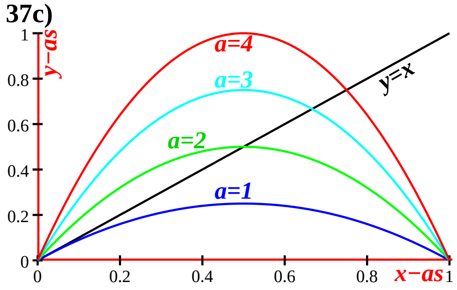
$=3,3K_n\cdot\left(1-\frac{K_n}{100}\right)\ \Rightarrow 100\cdot\frac{K_{n+1}}{100}=330\cdot\frac{K_n}{100}\cdot\left(1-\frac{K_n}{100}\right)\ \Rightarrow \frac{K_{n+1}}{100}=3,3\cdot\frac{K_n}{100}\cdot\left(1-\frac{K_n}{100}\right)$

$K^*_{n+1}=3,3\cdot K^*_n\cdot(1-K^*_n)$ met $K^*=\frac{K}{100}$

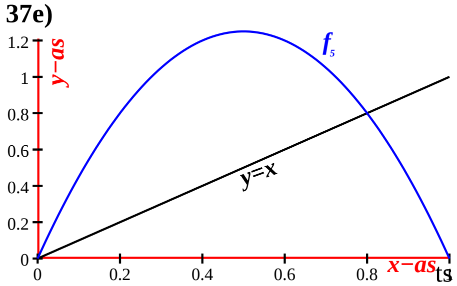
Texel: $K^*_{n+1}=3,5\cdot K^*_n\cdot(1-K^*_n)$ met $K^*=\frac{K}{100}$

37b) Omdat een aantal niet negatief zijn

37c)



37e)



$f_5(x)=5\cdot(x)\cdot(1-x)$

Start bijvoorbeeld met $x_0=0,25$

je vindt

$0,25\rightarrow 0,9375\rightarrow 0,2930\rightarrow 1,0357$

$\longrightarrow 0,18\cdots\cdots$

en dan loopt de zaak vast.

37f)

$f_{2,5}=2\frac{1}{2}\cdot x\cdot(1-x)=-2\frac{1}{2}x^2+2x$

$f'(0)=2\frac{1}{2}$

Als $2\frac{1}{2}\cdot x\cdot(1-x)=x$ vind je $x=0$ of

$1-x=\frac{2}{5}\longrightarrow x=\frac{3}{5}$

37d)

$a\cdot x(1-x)=x\Rightarrow x=0\ \bigvee\ a(1-x)=1$

$1-x=\frac{1}{a}$

$x=1-\frac{1}{a}$

a	1	2	3	4
x_{inv}	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$

0 is natuurlijk steeds invariant

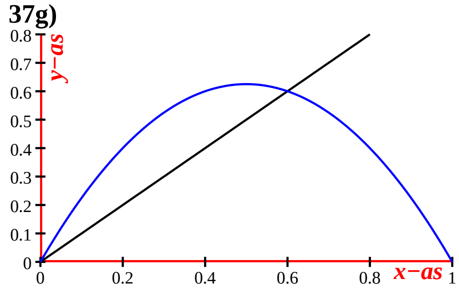
Het Bereik:

a	1	2	3	4
f_a	$[0;\frac{1}{4}]$	$[0;\frac{1}{2}]$	$[0;\frac{3}{4}]$	$[0;1]$

$f'\left(\frac{3}{5}\right)=-5\cdot\left(\frac{3}{5}\right)+2\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$

Dus in $x=\frac{3}{5}$ is aan de contractiestelling voldaan

37g)



37h) De contractiestelling geeft **voldoende** voorwaarden, maar die **behoeven niet nodig** te zijn

37i)

$x=a\cdot x(1-x)\ \Rightarrow\ x=1-\frac{1}{a}$

$f(x)=ax-ax^2\ \Rightarrow\ f'(x)=a-2ax$

$f'(1-\frac{1}{a})=a-2a(1-\frac{1}{a})=a-2a+2=2-a$

In het Snijpunt (niet in 0) is de helling $2-a$

Dus $2-a<-1\longrightarrow 3<a$