UITWERKINGEN VOOR HET VWO

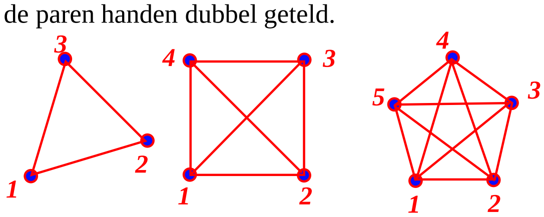
NETWERK VWO B2

HOOFDSTUK 9

KERN 1

RIJEN

1a) Zie ook plaatje...
$\frac{3\cdot 2}{2} = 3$
$3 \cdot 2$, want ieder mens schudt de hand van twee anderen.
Delen door twee, want bij de $3 \cdot 2$ worden de paren handen dubbel geteld.



1b) $\frac{4\cdot 3}{2} = 6$
1c) $\frac{5\cdot 4}{2} = 10$
1d) $3; 6; 10; 15; 21$
1e) $\frac{1}{2}n(n-1)$; $\begin{cases} \xrightarrow{n=6} \frac{1}{2}\cdot 6(6-1) = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 5 & = 15 \\ \xrightarrow{n=7} \frac{1}{2}\cdot 7(7-1) = \frac{1}{2}\cdot 7\cdot 6 & = 21 \end{cases}$

2a)

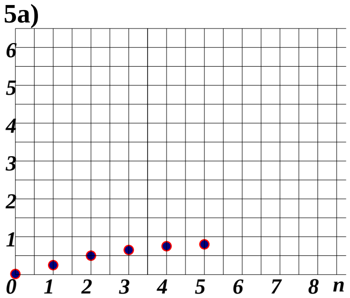
n	0	1	2	3	4	5	$\cdots$	m
t_n	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\cdots$	$\frac{1}{m+1}$

2b) $t_{99} = \frac{1}{100}$

3a) 3;4;5;6;7;8
3b) -4;1;6;11;16;21
3c) 100;96;92;88;84;80
3d) 1;0;1;4;9;16
3e) $1;\frac{1}{4};\frac{1}{9};\frac{1}{16};\frac{1}{25};\frac{1}{36}$
3f) 0;-2;4;-6;8;-10

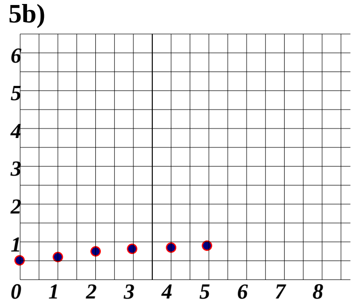
4a) 17;21;25 $\longrightarrow t_n = 4n+1$
4b) 10;12;14 $\longrightarrow t_n = 2(n+1)$
4c) 16;32;64 $\longrightarrow t_n = 2^n$
4d) $\frac{1}{12};\frac{1}{15};\frac{1}{18} \longrightarrow t_n = \frac{1}{3(n+1)}$
4e) 3;3;3 $\longrightarrow t_n = 3$
4f) $\frac{4}{5};\frac{5}{6};\frac{6}{7} \longrightarrow t_n = \frac{n}{(n+1)}$

5a)



Stijgend

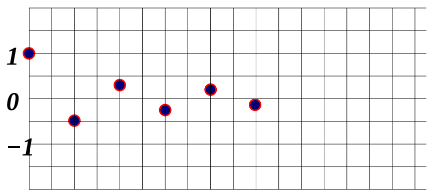
5b)



Stijgend

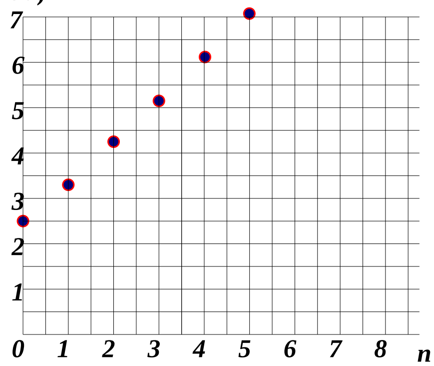
[1] *werd gemaakt onder LinuX met LaTeX en LyX*
[2] *Typ&andere fouten&blunders graag Melden!*

5c)



Alternerend

5d)



Stijgend

6a) a,b en d is stijgend
6b) rij c is alternerend
7a) $t_n = (-1)^n \cdot 2^n \quad 1; -2; 4; -8$
7b) $t_n = (-1)^n \cdot (\frac{1}{2})^n \quad 1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}$
7c) Voor alle $n \geqq 0$ geldt $t_n < t_{(n-1)}$ en $u_n < u_{(n-1)}$
$\xrightarrow{Dus\ Ook} t_n + u_n < t_{(n-1)} + u_{(n-1)}$
$\xrightarrow{D.W.Z.} t_n + u_n$ is $monotoon\ dalend$
7d) Niets...
Voorbeeld:

n	0	1	2	3	
$t_n = n+1$	1	2	3	4	$STIJGEND \uparrow$
$u_n = -(n+2)^2$	-4	-9	-16	-25	$DALEND \downarrow$
$t_n + u_n$	-3	-7	-13	-21	$DALEND \downarrow$

Voorbeeld:

n	0	1	2	3	
$t_n = (n+1)^2$	1	4	9	16	$STIJGEND \uparrow$
$u_n = -n$	0	-1	-2	-3	$DALEND \downarrow$
$t_n + u_n$	1	3	7	13	$STIJGEND \uparrow$

8) $t_n = \frac{2n+3}{n+3}$
8a) $1; \frac{5}{4}; \frac{7}{5}; \frac{9}{6}; \frac{11}{7}; \frac{13}{8}$

8b) $\frac{2n+3}{n+3} = \frac{2n+6-3}{n+3} = \frac{2(n+3)-3}{n+3} = \frac{2(n+3)}{n+3} - \frac{3}{n+3} = 2 - \frac{3}{n+3} < 2 \quad (voor\ n = 0, 1, 2, \cdots\cdots\cdots\cdots)$

9a)

t_0	t_1	t_2	t_3	t_4
4	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{3}$	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{5}$

Begrends: $2\frac{1}{2} \leqq t_n \leqq 4$
9b) $0; 1; \sqrt{2}; \sqrt{3}; 2 \xrightarrow{Naar\,beneden\,Begrensd:} t_n \geqq 0$

9c) $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16} \xrightarrow{Begrensd:} 0 \leqq t_n \leqq 1$
9d) $0; 0; (2-\sqrt{2}); (3-\sqrt{3}); 2$
$\xrightarrow{Naar\,beneden\,Begrensd:} t_n \geqq 0$

10a)
$$\left.\begin{array}{r} t_n = 2^n \\ t_{n+1} = 2^{(n+1)} \end{array}\right\} \xrightarrow{voor\,n \geqq 0\,geldt} 2^{n+1} = 2^1 \cdot 2^n = 2 \cdot 2^n > 2^n \xrightarrow{Dus..} t_{n+1} > t_n \longrightarrow STIJGEND \uparrow$$
10b) $(\frac{1}{2})^{n+1} = (\frac{1}{2})^1 \cdot (\frac{1}{2})^n = \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2})^n < (\frac{1}{2})^n \xrightarrow{Dus..} t_{(n+1)} < t_n \longrightarrow DALEND \downarrow$
10c) $bijvoorbeeld : x = -\frac{1}{2}$
10d) $x = 1$
10e) $-1 \leqq x \leqq 1$
10f) $x = -2$
11a) $t_n = 5 - \frac{1}{n+1}$
11b) $t_n = -n$

KERN 2
SOM & VERSCHIL

12a) 21
12b) Voor elke rand n tegels geldt; +1 tegel in de hoek
12c) $(n+1)(n+1)-n^2=(n^2+2n+1)-n^2=2n+1$

13a)

s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
1	4	9	16	25	36

13b)
De rij oneven getallen is een rekenkundige rij.
De som van een rekenkundige rij kun je alsvolgd berekenen
(zie ook Netwerk A1B1deel1 blz. 180)

$$S(n)=\frac{aantal termen\cdot(eersteterm+laatsteterm)}{2}$$

De rij oneven getallen ziet er alsvolgd uit

t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	.	.	.	t_n
1	3	5	7	9	.	.	.	$2n+1$

$$S(n)=\frac{(n+1)\cdot(1+2n+1)}{2}=\frac{(n+1)\cdot(2n+2)}{2}$$
$$=\frac{(n+1)\cdot 2\cdot(n+1)}{2}=(n+1)^2$$

14a) $s_n=2^{n+1}-1$; $s_0=2-1=1$ $s_1=4-1=3$ $s_2=8-1=7$

-extra uitleg bij de somformule
$t_n=2^n$ is een meetkundige rij. (zie ook Netwerk A1B1deel1, blz.181 t/m blz.183)
Voor het berekenen van de som van een meetkundige rij met reden r gebruik je de volgende formule:
$S(n)=\frac{t(n+1)-t(0)}{r-1}$
Dus
$S(n)=\frac{2^{n+1}-1}{2-1}=2^{n+1}-1$

14b) $v_n=2^n$; $v_0=1$; $v_1=2$; $v_2=4$
$v_n=2^{(n+1)}-2^n=2^n\cdot 2^1-2^n=2^n(2^1-1)=2^n$
15a)

$$\left.\begin{array}{r} d_1=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ d_1=1-\left(\frac{1}{2}\right)^1 \\ d_2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}\ \Rightarrow\ d_2=1-\left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ d_3=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{6}{8}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}\ \Rightarrow\ d_3=1-\left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ d_4=\frac{7}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}=\frac{14}{16}+\frac{1}{16}=\frac{15}{16}\ \Rightarrow\ d_4=1-\left(\frac{1}{2}\right)^4 \end{array}\right\}\xrightarrow{Dus...} d_n=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

15b) $d_n=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$
15c) Omdat de redenering over steeds kleinere tijden gaat
16a) Het aangevulde deel is precies evengroot als het staafdiagram
$6+1=7$, $5+2=7$, $4+3=7$
$6\cdot 7=42\xrightarrow{Dus..}1+2+3+\cdots+6=21$
16b) $1+2+\cdots+100=\frac{100\cdot 101}{2}=50\cdot 101=5050$
16c)

$$\boxed{1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}}$$

17a)
$$\begin{array}{lrl} n=1\longrightarrow & 1=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}+\frac{1}{6} & =1 \\ n=2\longrightarrow & 1+4=\frac{8}{3}+\frac{4}{2}+\frac{2}{6}=\frac{16+12+2}{6}=\frac{30}{6} & =5 \\ n=3\longrightarrow & 1+4+9=\frac{27}{3}+\frac{9}{2}+\frac{3}{6}=9+4\frac{1}{2}+\frac{1}{2} & =14 \end{array}$$
17b) $S_{10}=1+4+9+\cdots+100=\frac{1000}{3}+\frac{100}{2}+\frac{10}{6}=333\frac{1}{3}+50+1\frac{2}{3}=385$

18a) $\left.\begin{array}{rl} s_n = & t_0+t_1+t_2+t_3+\cdots+t_n \\ s_{n-1} = & t_0+t_1+t_2+t_3+\cdots+t_{n-1} \end{array}\right\} \longrightarrow s_n - s_{n-1} = t_n$

18b) $n=1$

19)

$$\begin{array}{rcl} v_0 & = & t_1 - t_0 \\ v_1 & = & t_2 - t_1 \\ v_2 & = & t_3 - t_2 \\ \cdots & = & \cdots\cdots\cdots \\ v_n & = & t_{n+1} - t_n \\ v_0 + v_1 + \cdots + v_n & = & t_{n+1} - t_0 \end{array}$$

20a) $0+1+2+3+4+5=15$

20b) $1+3+\cdots+21=\frac{11}{2}\cdot 22=121$

20c) $2^0+2^1+2^2+2^3+2^4=31$

20d) $\left(\frac{1}{2}\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^4=1\frac{15}{16}$

20e) $(-1)^0+(-1)^1+(-1)^2+(-1)^3+(-1)^4=1-1+‘1-1+1=1$

20f) $8+8+8+8+8+8=48$

21a) $\sum\limits_{k=1}^{5} k^2$

21b) $\sum\limits_{n=1}^{6} \frac{1}{n}$

21c) $\sum\limits_{k=1}^{6} k\cdot(-1)^{k+1}$

21d) $\sum\limits_{k=1}^{5} \left(\frac{2}{3}\right)^k$

22a) $\sum\limits_{r=5}^{8}(r-1)(r+2)=4\cdot 7+5\cdot 8+6\cdot 9+7\cdot 10=28+40+54+70=192$

22b) $\sum\limits_{i=3}^{5}(i^3-3i+2)=(27-9+2)+(64-12+2)+(125-15+2)=216-36+6=216-30=186$

22c) $\sum\limits_{k=1}^{4}(k^3-k^2)=(1-1)+(8-4)+(27-9)+(64-16)=4+18+48=70$

22d) $\sum\limits_{m=7}^{10}(2m-1)^2=13^2+15^2+17^2+19^2=1044$

KERN 3
SOMMEN VAN MEETKUNDIGE RIJEN

23a) $B+0,06B=1,06B$

23b) $1,06^2B$

23c) $1,06^{10}B\approx 1,8B$

23d) $\left(1+\frac{r}{100}\right)^N\cdot B$

24) $20+20\cdot 0,7+20\cdot 0,7^2+20\cdot 0,7^3+20\cdot 0,7^4=55,462$

25) $t_n=A\cdot r^n \xrightarrow{geeft..} t_0=A\cdot r^0 \Rightarrow t_0=A \xrightarrow{Dus..} t_n=t_0\cdot r^n$

26)

$0,9^0$	$0,9^1$	$0,9^2$	$0,9^3$	$\cdots$	$0,9^{10}$	
0	1	2	3	$\cdots$	10	maal stuiteren

27a) $\frac{1}{6}$

27b) $\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}$

27c) $\left(\frac{5}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{6}$

27d) $\left(\frac{5}{6}\right)^{2(k-1)}\cdot\frac{1}{6}=\left(\frac{5}{6}\right)^{2k-2}\cdot\frac{1}{6}$
(Peter begon met gooien. Peter en Paul hebben $k-1$ keer gegooid als de k^e ronde begint.)

27e) $\left(\frac{5}{6}\right)^{2k-1}\cdot\frac{1}{6}$

28a)
$S_n=1+r+r^2+r^3+r^4+\cdots+r^n$
$r\cdot S_n=r+r^2+r^3+r^4+r^5+\cdots+r^n+r^{n+1}$

28b) $r\cdot S_n-S_n=r^{n+1}-1$

28c) $r\cdot S_n-S_n=S_n(r-1)=r^{n+1}-1$
$\xrightarrow{Dus..} S_n=\frac{r^{n+1}-1}{r-1}$

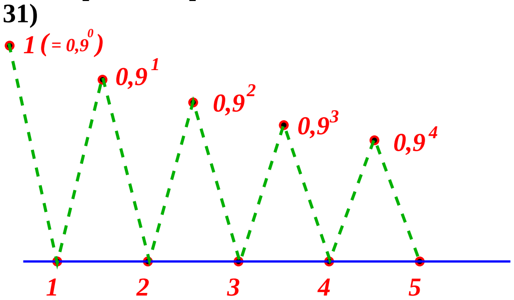
29a)
$\sum_{n=0}^{N} c\cdot t_n = c\cdot t_0+c\cdot t_1+c\cdot t_2+\cdots+c\cdot t_N$
$c\cdot\sum_{n=0}^{N} t_n = c\cdot(t_0+t_1+t_2+\cdots+t_N)=c\cdot t_0+c\cdot t_1+c\cdot t_2+\cdots+c\cdot t_N$

29b) $A+A\cdot r+A\cdot r^2+A\cdot r^3+\cdots+A\cdot r^n=A\cdot(1+2+3+\cdots+r^n)=A\cdot\frac{r^{n+1}-1}{r-1}$

30) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=1+\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{10}-1}{\frac{1}{2}-1}=1+\frac{1}{2}\cdot\frac{\frac{1}{1024}-1}{-\frac{1}{2}}=1\frac{1023}{1024}\approx 1,999$

of $1\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{11}-1}{\frac{1}{2}-1}=\frac{\frac{2047}{2048}}{\frac{1}{2}}=\frac{4094}{2048}=1\frac{1023}{1024}\approx 1,999$

31)



31a) $1+2\cdot[0,9+0,9^2+0,9^3+0,9^4+\cdots+0,9^9]=1+2\cdot[0,9\cdot\frac{0,9^9-1}{0,9-1}]=12,0264312$
$t_k=0,9\cdot 0,9^k$,dus voor A wordt een 0,9 van de rij afgesnoept. De $n+1^e$term is dan de 9^eterm

31b) $1+2\cdot[0,9\cdot\frac{1-0,9^{99}}{1-0,9}]=18,99\cdots\cdots$

31c) $1+2\cdot[0,99+\cdots+0,99^{999}]=1+2\cdot 0,99\cdot\frac{1-0,99^{999}}{1-0,99}=198,99\cdots\cdots$

32a)

$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^4+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^6+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^8=\frac{1}{6}\cdot[1+\left(\frac{5}{6}\right)^2+\left(\frac{5}{6}\right)^4+\left(\frac{5}{6}\right)^6+\left(\frac{5}{6}\right)^8]=\frac{1}{6}\cdot\frac{1-\left(\left(\frac{5}{6}\right)^2\right)^5}{1-\left(\frac{5}{6}\right)^2}\approx 0,457$

32b)

$\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^5+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^7+\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^9=\frac{1}{6}\cdot[\frac{5}{6}+\cdots+\left(\frac{5}{6}\right)^9]=\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1-\left(\left(\frac{5}{6}\right)^2\right)^5}{1-\left(\frac{5}{6}\right)^2}\approx 0,381$

32c) Ja, zie de antwoorden bij b & c

KERN 4
BIJZONDERE RIJEN

33a) $t_n = (n+1)\cdot r^n$

$$\begin{aligned} t_0 &= 1\cdot 2^0 = 1\\ t_1 &= 2\cdot 2^1 = 4\\ t_2 &= 3\cdot 2^2 = 12\\ t_3 &= 4\cdot 2^3 = 32\\ t_4 &= 5\cdot 2^4 = 80 \end{aligned}$$

33b)

$$\begin{aligned} t_5 &= 6\cdot 2^5 = 6\cdot 32 = 192\\ t_6 &= 7\cdot 2^6 = 7\cdot 64 = 448 \end{aligned}$$

34a)

$$\begin{array}{lcrrrrl} RR & : & 1 & 2 & 3 & 4 & \\ MR & : & 2 & -4 & 8 & -16 & \\ RMR & : & 2 & -8 & 24 & -64 & enzovoorts \end{array}$$

34b)

$$\begin{array}{lccc} r = & 1\frac{1}{2} & monotoon & stijgend\\ r = & \frac{1}{3} & monotoon & dalend\\ r = & \frac{8}{9} & eerst\ stijgend & daarna\ dalend\\ r = & -\frac{3}{4} & & alternerend\\ r = & -1\frac{1}{2} & & alternerend \end{array}$$

35a) $\mathrm{P}(f\,1,-) = P(6) = \frac{1}{6}$

35b)

$P(f\,2,-) = P(6,6) = \frac{1}{36}$

$P(f\,3,-) = \left(\frac{1}{6}\right)^3$

35c) $E = 1\cdot\frac{1}{6} + 2\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2 + 3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3 + 4\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^4 + \cdots + 10\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{10} = 0,24$

35d) $f\,0,25$

35e) reken-meetkundige rij: $t_n = (a + n\cdot v)\cdot r^n = n\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^n$

36a)

$s_n = 1 + 2r + 3r^2 + 4r^3 + \cdots + (n+1)\cdot r^n$

$rs_n = r + 2r^2 + 3r^3 + 4r^4 + \cdots + n\cdot r^n + (n+1)\cdot r^{n+1}$

$s_n - rs_n = (1-r)s_n = 1 + r + r^2 + r^3 \cdots + r^n - (n+1)\cdot r^{n+1}$

36b)

$(1-r)s_n = \frac{1-r^{n+1}}{1-r} - (n+1)\cdot r^{n+1} \Rightarrow s_n = \frac{1-r^{n+1}}{(1-r)^2} - \frac{(n+1)\cdot r^{n+1}}{1-r}$

37) Zeven stukken

38a)

$$\begin{aligned} t_0 &= 1\\ t_1 &= \tfrac{1}{2}\\ t_2 &= \tfrac{1}{3}\\ t_n &= \tfrac{1}{n+1} \end{aligned}$$

$t_{n+1} - t_n = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{(n+2)(n+1)} - \frac{n+2}{(n+1)(n+2)} = \frac{-1}{(n+1)(n+2)} < 0 \xrightarrow{Dus} t_{n+1} < t_n$

Begrensd: $0 < t_n \leqq 1$

38b)

$$\begin{array}{lclclcl} s_0 &=& t_0 &=& 1 && \\ s_1 &=& t_0+t_1 &=& 1+\frac{1}{2} &=& 1\frac{1}{2}\\ s_2 &=& t_0+t_1+t_2 &=& 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3} &=& 1\frac{5}{6}\\ s_3 &=& t_0+t_1+t_2+t_3 &=& 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4} &=& 2\frac{1}{12}\\ s_4 &=& t_0+t_1+t_2+t_3+t_4 &=& 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5} &=& 2\frac{17}{60} \end{array}$$

38c)

$$\begin{array}{lclclcl} v_0 &=& t_1-t_0 &=& \frac{1}{2}-\frac{1}{1} &=& -\frac{1}{2}\\ v_1 &=& t_2-t_1 &=& \frac{1}{3}-\frac{1}{2} &=& -\frac{1}{6}\\ v_2 &=& t_3-t_2 &=& \frac{1}{4}-\frac{1}{3} &=& -\frac{1}{12}\\ v_3 &=& t_4-t_3 &=& \frac{1}{5}-\frac{1}{4} &=& -\frac{1}{20}\\ v_4 &=& t_5-t_4 &=& \frac{1}{6}-\frac{1}{5} &=& -\frac{1}{30} \end{array}$$

38d) $v_n = t_{n+1} - t_n = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{(n+2)(n+1)} - \frac{n+2}{(n+1)(n+2)} = \frac{-1}{(n+1)(n+2)}$

39a) Schuif de getekende staven allemaal 1 naar rechts

Je ziet dan het volgende: de oppervlakte van de staven is groter dan de oppervlakte "onder" de grafiek

39b) $\int_1^N \frac{1}{x}dx = \ln N > G$ voor $N > e^G$, dan zeker ook $\sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n} > G$

Als $N > e^G$ dan $\ln N > G$

$S_n = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n} = \ln N > G$

40)

1	1	2	3	5	8	13	21	34	55
	$1+1=2;$	$1+2=3;$	$2+3=5;$	$3+5=8;$	$5+8=13$	$;8+13=21;$	$13+21=34$	*enz*	*enz*

41a)

$$\begin{aligned} t_{n+1} &= r \cdot t_n \\ t_0 &= 3 \\ t_1 &= 2\cdot 3 = 6 \\ t_2 &= 2\cdot 6 = 12 \\ t_3 &= 2\cdot 12 = 24 \\ t_4 &= 2\cdot 24 = 48 \end{aligned}$$

41b) Omdat anders alle termen van de rij 0 zijn.

42) $t_{n+1} = t_n + v \ (n \geqq 0)$

43a)

$$\begin{aligned} t_{n+2} &= t_{n+1} - t_n \\ t_0 &= -1 \\ t_1 &= -1 \\ t_2 &= 0 \\ t_3 &= 1 \\ t_4 &= 1 \\ t_5 &= 0 \\ t_6 &= -1 \\ t_7 &= -1 \\ t_8 &= 0 \\ t_9 &= 1 \\ 1_{10} &= 1 \end{aligned}$$

43b)

$$\begin{aligned} t_0 &= a \\ t_1 &= b \\ t_2 &= b-a \\ t_3 &= -a \xrightarrow{Dus} de\ Rij\ blijft\ Periodiek \\ t_4 &= -b \\ t_5 &= a-b \\ t_6 &= a \\ t_7 &= b \end{aligned}$$

44ab)

$$\begin{aligned} t_{n+2} &= t_{n+1} - \tfrac{1}{2}t_n \\ t_0 &= 1 \\ t_1 &= 1 \\ t_2 &= 1-\tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{2} \xrightarrow{Dus} de\ Rij\ is\ niet\ Periodiek \\ t_3 &= \tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2} = 0 \\ t_4 &= 0-\tfrac{1}{4} = -\tfrac{1}{4} \\ t_5 &= -\tfrac{1}{4}-0 = -\tfrac{1}{4} \\ t_6 &= -\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{8} = -\tfrac{1}{8} \end{aligned}$$

De rij convergeert naar 0

45a)

$t_{n+1} = \frac{1}{2}(t_n+4)$

$$\begin{aligned} t_0 &= 2 \\ t_1 &= 3 \\ t_2 &= 3\tfrac{1}{2} \xrightarrow{De\ Bovengrens\ is\ dus} 4 \\ t_3 &= 3\tfrac{3}{4} \\ t_4 &= 3\tfrac{7}{8} \end{aligned}$$

45b) $t_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot(t_n+4) < \frac{1}{2}\cdot(4+4) = 4$

45c) Omdat we dat bij 45b) bewezen hebben

45d) Inductieprincipe

46a) $t_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot\left(t_n + \frac{3}{t_n}\right)$

46b)

$$\begin{aligned} t_0 &= 2 \\ t_1 &= 1,75 \\ t_2 &= 1,7321 \end{aligned}$$

46c) $t_{n+1} = \frac{1}{2}\cdot\left(t_n + \frac{G}{t_n}\right)$